La transformation des traités français d'analyse (1870-1914)

Martin Zerner

▶ To cite this version:

Martin Zerner. La transformation des traités français d'analyse (1870-1914). 1994. hal-00347740

HAL Id: hal-00347740
https://hal.univ-cotedazur.fr/hal-00347740

Preprint submitted on 16 Dec 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

15 JUIN 1994

UNIVERSITE DE NICE
9839
BIBLIOTHEQUE
RECHERCHE
MATHEMATIQUES

LA TRANSFORMATION DES TRAITES FRANCAIS D'ANALYSE (1870-1914)

Martin Zerner
Mathématiques (CNRS, L.A.168)
Faculté des Sciences
Université de Nice
Parc Valrose
F-06108 Nice Cedex 2
France
et équipe REHSEIS (CNRS, U.P. 318)

Summary

This article studies how French treatises incorporated the modern standards of rigour in analysis. Books published or reprinted between 1870 and 1914 are studied.

A typology is established. Three "generations" are distinguished. First, two books written in the beginning of the century were still used. Second, books first published between 1847 and 1887 display common features, the most important being a "principle of substitution of infinitesimals" used as the very basis for the foundations: a ratio or a sum of infinitesimals is not changed by adding to them infinitesimals of higher order (the sum tends to a limit while the number of its terms tends to infinity). This was supposed to fulfil the function we now assign to the theory of the Riemann integral. The third generation is comprised of the modern textbooks.

During the lifetime of the second and third generations, books, called "archaisms of the second kind", were published (in first edition) which kept important features of the preceding ones.

A brief comparison is made with the evolutions in Italy and Germany. Then the teaching institutions in which these treatises were produced are described. It turns out that the archaisms of second kind were the books intended for the training of the *ingénieurs civils* (an *ingénieur civil* , in contradistinction to an *ingénieur des Corps de l'Etat* , has not been through the *Ecole Polytechnique*).

The final part discusses why the principle of substitution was kept in the books for these *ingénieurs civils* .

A long annex furnishes more details on each of the 27 books under study.

Cet article étudie la façon dont les traités français ont pris en compte les fondements de l'analyse élaborés par l'école de Weierstrass. Il faut évidemment pour cela analyser des livres parus les uns avant, les autres après cette transformation. J'ai donc retenu ceux qui ont été édités ou réédités entre 1870 et 1914. Une typologie en est établie qui permet de dater nettement le tournant en 1886-1887 (parutions des cours de Tannery et Boussinesq qui sont respectivement le premier de la nouvelle période et le dernier de la précédente). Mais elle fait apparaître

un autre phénomène, moins attendu: pendant chaque période paraissent des ouvrages conservant des caractères de la période antérieure et ce sont ceux qu'on destine à la formation des ingénieurs (à l'exception des polytechniciens). Une annexe donnera sur chaque livre appartenant au corpus étudié des indications parfois sommaires, parfois formant une note assez étendue. Avant d'entrer dans le vif du sujet, je vais donner de façon assez détaillée la motivation de ce travail.

L'introduction de l'analyse "en ε–δ" dans l'enseignement secondaire a été un des points controversés de la "réforme des mathématiques modernes". En France, des programmes plus récents (1983),basés sur le développement d'une intuition numérique, cherchent à en donner une version plus accessible aux élèves. Ce nouveau changement a suscité des discussions presque aussi acharnées que le précédent. Il est intéressant de se demander pourquoi une bonne partie des polémiques se concentrent sur ce point, ce n'est pas le lieu ici.

C'est assez dire l'importance de l'étude des bases de l'enseignement de l'analyse et de son histoire, reste à savoir de quels outils théoriques on dispose. Mon travail a été guidé par l'idée de la transposition didactique, mais d'assez loin: il s'agit d'histoire et non de didactique.

Les didacticiens définissent la transposition didactique comme la transformation d'un objet de savoir en objet d'enseignement (Verret 1975, Chevallard 1985). Plutôt que de chercher à résumer les caractères généraux de cette transformation, je dirai quelques mots du premier exemple d'analyse de la transposition didactique dont nous disposions: l'étude de Chevallard et Johsua sur la notion de distance (Chevallard et Johsua 1982).

La première partie de cette étude est un travail sur l'histoire du concept. Son apparition est datée de façon précise: 1906 avec la publication de la thèse de Fréchet. Un point essentiel est le type de problèmes que l'outil distance est destiné à résoudre, ou du moins à contribuer à résoudre. Il s'agit d'analyse fonctionnelle et de calcul des variations. Suit une analyse de l'importation, beaucoup plus tardive, du concept en anthropologie.

La deuxième partie est consacrée à l'intervention de la distance dans l'enseignement, on parle ici du mot "distance", avant que la notion ne fasse partie, officiellement et en tant que telle, des programmes. Il s'agit à ce moment-là d'une notion *paramathématique* , c'est-à-dire d'une notion qui se rencontre dans l' "environnement" du travail mathématique pour y jouer le rôle d'outil de travail *sans être elle-même un objet* *d'étude* (l.c. p.187). A l'heure actuelle, tel est le cas, en général, des notions de variable et de paramètre, contrairement à ce qui leur arrive dans l'enseignement de la programmation. Cette première notion de distance n'est pas plus spéciale que celle qu'a introduite Fréchet et que nous utilisons encore, elle est différente. A preuve en particulier que dans les enseignements de géométrie traditionnels on parlait très rarement de distance de deux points et plus souvent de distance d'un point à une droite etc. Notons que cette partie repose essentiellement sur des analyses de manuels.

Enfin une troisième partie analyse les transformations que subit le concept lorsque son introduction explicite et officielle dans les programmes de l'enseignement secondaire (1971) la soumet aux contraintes du système didactique.

Ces notes trop schématiques suffisent à montrer d'énormes différences avec le calcul différentiel, différences dont je vais citer brièvement quelques unes. Et d'abord, de toute évidence, il s'agit dans le cas du calcul différentiel d'une affaire beaucoup plus complexe. Si nous devons disposer un jour d'une analyse de sa transposition didactique, ce sera l'œuvre d'un bon nombre de chercheurs.

Du côté de l'objet de connaissance, il s'agit d'une histoire de trois siècles, même en laissant de côté la période des indivisibles, pour ne rien dire des travaux des Grecs et des Arabes, (par contre, du côté moderne, je vais jusqu'à Robinson). Histoire où travail sur les fondements et mise en œuvre s'entremêlent. Au moins avons nous de nombreuses études à notre disposition. La période marquée par Weierstrass a une importance particulière puisque c'est là que s'est élaborée la doctrine qui a servi de base à l'enseignement universitaire pendant la première moitié du XXème siècle.

De quand dater, pour la France, l'apparition du calcul différentiel et intégral comme objet d'enseignement? De la parution du traité du Marquis de l'Hospital? De la création des premières écoles d'ingénieurs? En tout cas c'est chose faite vers le milieu du XVIIIème siècle. On va ensuite assister à sa migration lente et irrégulière vers le bas de l'appareil d'enseignement. Contrairement à ce qui se passe pour la notion de distance, il ne semble pas y avoir de changement brutal de champ conceptuel quand on passe du savoir savant au savoir enseigné, du moins dans les périodes anciennes. Lors de la "réforme des mathématiques modernes", c'est le contenu qui fonctionnait jusque peu d'années auparavant dans l'enseignement supérieur qu'on va s'efforcer d'adapter aux lycées. Faut-il parler d'une deuxième transposition didactique?

L'exposé progressivement mis au point par l'école de Weierstrass se prêtait sans doute bien à cette opération. Mittag-Leffler le pressentait-il lorsqu'il écrivait à Hermite en 1881 "Sans votre génie c'est impossible de lire[faire un cours] comme vous. Mais c'est très facile de lire comme M. Weierstrass si on a seulement suffisamment approfondi ses idées." (lettre publiée dans Dugac (1973) p.157-158) ?

C'est la façon dont ce mode d'exposition a remplacé en France un mode d'exposition antérieur que nous allons essayer d'analyser à travers les traités d'analyse. Le plus intéressant sera peut-être de trouver les limites de ce remplacement et leur signification : le texte d'enseignement pour les ingénieurs (actuels ou futurs) restera proche de celui qui servait dans la période précédente dans les facultés des sciences et à l'Ecole Polytechnique.

Délimitation

J'ai choisi de faire porter ce travail sur les traités d'analyse français ayant eu une édition entre 1870 et 1914.

Ces dates se justifient assez évidemment du point de vue de l'histoire interne des mathématiques. Une construction analytique des nombres réels (on disait alors irrationnels) est publiée pour la première fois dans Méray (1869), mais elle est passée alors inaperçue, même dans la cité savante. En 1872 paraissent les constructions de Dedekind (1872) et Cantor, cette dernière dans un article de Heine (1872) qui montre comment on peut fonder dessus une théorie rigoureuse des fonction d'une variable réelle (Dedekind est très succinct là-dessus). La même année 1872 Weierstrass lit à l'Académie des Sciences de Berlin sa construction d'une fonction continue n'ayant de dérivée en aucun point, construction qui sera publiée en 1875 (*cf.* Dugac (1973) p.93). Des exemples de fonctions ayant des propriétés voisines se trouvent également dans un mémoire de Darboux (1875). C'est aussi en 1872 que Méray publie son cours (il en publiera un autre en 1894). Je signale tout de suite que les cours de Méray sont en dehors du champ de cette recherche parce qu'il passe directement aux fonctions d'une variable complexe et refuse les techniques de variable réelle. Mais là aussi la construction des réels dite de Cantor est exposée. On peut donc dire que les fondements du calcul différentiel tels que nous les connaissons encore aujourd'hui ont été publiés au début des années 1870 (je ne m'occupe pas ici de l'histoire complexe de leur élaboration).

D'un autre côté, l'enseignement supérieur scientifique français se modifie profondément pendant le dernier quart du XIXème siècle, j'y reviendrai dans la deuxième partie de cet article.

En 1914 , la situation s'est stabilisée. Le cours de Goursat a déjà eu deux éditions. De nombreux témoignages montrent qu'il dominera la période suivante. Mentionnons celui d'André Weil cité par Gispert (1983). Ceux de Dieudonné (1982) et de Chevalley (1981) ajoutent que l'idée de départ de Bourbaki était de remplacer le Goursat par un traité de référence rigoureux.

La seule justification de la limitation à la France est que c'est le seul pays pour lequel je me sente capable de réunir une documentation suffisante. De plus je connais moins mal l'histoire de ce pays que celle des autres. Des comparaisons internationales sont pourtant fort utiles et je tenterai d'en esquisser une ou deux.

Il faut dire ce que j'ai considéré comme un livre français. Précisons tout de suite que je n'ai pas annexé la Belgique, qui semble posséder une tradition propre, ceci élimine en particulier La Vallée-Poussin (1909), quoique Gauthier-Villars en soit coéditeur. La question des traductions ne s'est pas posée. La seule qui pouvait concerner le domaine était celle de du Bois-Reymond (1882) qui aurait été de toute façon éliminé (avec de Freycinet (1860) et Boutroux (1914)) parce qu'écrit dans un but plus philosophique que didactique. Il ne semble pas avoir influencé les discussions sur l'enseignement en France. Son traducteur et préfacier, Gaston Milhaud, devait d'ailleurs quitter l'enseignement des mathématiques pour celui de la philosophie où il fit une carrière universitaire.

Reste à dire pourquoi et comment les traités. Le mot est à prendre ici au sens de cours publié chez un éditeur. On sait bien qu'ils ne permettent de saisir qu'un aspect de la réalité. Il reste qu'ils donnent en général le texte social du savoir. En tout état de cause, ils permettent une étude systématique. On peut évidemment s'adresser à d'autres sources: notes manuscrites ou polycopiées, souvenirs, pour les lycées, rapports d'inspection ... La recherche de ces sources est longue et malaisée, sauf pour l'Ecole Polytechnique où il y a surabondance; je suis obligé de laisser leur étude à d'autres. Mais, de toute façon, je crois que, s'agissant de la détermination d'un objet d'enseignement dans une époque révolue, l'étude des manuels reste notre outil le plus efficace, à condition d'en maîtriser le maniement.

L'objet empirique ainsi défini "cours d'analyse français parus entre 1870 et 1914" a besoin d'être encore un peu précisé: *a priori* , je travaille sur le titre qui doit comporter une des expressions "analyse", "calcul différentiel", "calcul infinitésimal", "théorie des fonctions d'une variable réelle". Parmi ceux-là, j'élimine, je l'ai déjà dit, ceux qui ne comportent pas l'introduction du calcul différentiel. En plus des Méray déjà mentionnés, il s'agit des traités de Picard (1891) et Hermite (1873). J'ai déjà dit aussi que j'avais éliminé les livres d'orientation philosophique. Il faut ajouter à ces exclusions celle de l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques* (Molk et al. 1909-1927) qui apparaît beaucoup plus comme un traité de référence pour les chercheurs que comme un ouvrage ayant une visée didactique[1]. Il faut aussi y ajouter celle des deux livres de Fleury (1879 et 1896) qui apparaissent comme l'œuvre d'un isolé sans portée sociale[2]. A côté de ces éliminations, j'ai ajouté un livre paru en dehors des dates retenues: le traité de Bertrand. Bien que, d'après Darboux (1870a), le tome I "calcul différentiel", paru en 1864, ait été épuisé lors de la parution du tome II en 1870, il a certainement encore été utilisé par la suite. C'est à lui que Hermite (1873) renvoie pour le calcul différentiel dans son cours de l'Ecole Polytechnique. De plus il faut tenir compte de la direction qu'exerçait à cette époque Bertrand sur les mathématiciens français (cf. Zerner1991). Un détail: Darboux (1876) considère apparemment Duhamel (1847) comme une première édition des *Eléments* du même auteur; je ne l'ai pas suivi.

J'ai compté comme un ouvrage séparé la première édition du Jordan, trop différente des autres pour qu'on puisse les analyser ensemble. On aboutit à une liste de 27 titres qui constituent ce que j'appelle le *corpus restreint* ; on trouvera cette liste en annexe 1, et en annexe 3 des détails sur chacun d'entre eux.

Corpus restreint parce qu'il y manque deux séries de livres. La première est constituée des cours de Mathématiques Spéciales, c'est-à-dire des classes de lycée où on prépare les concours d'entrée dans les Grandes Ecoles. Pour une raison que je ne connais pas, les manuels scolaires sont déposés à la Bibliothèque Nationale de façon très épisodique, ce qui fait qu'il est difficile d'en avoir une liste fiable. La banque de données EMMANUELLE lèvera cette difficulté mais elle n'est

---

1 Je dis ceci d'après la nature de l'ouvrage (style souvent allusif, nombreuses références). La lettre de Molk à Poincaré présentant le projet est contradictoire (Molk 1901).

2 En ont-ils eu une hors de France? J'ai eu la surprise de trouver Fleury (1879) dans le cataloque de l'Ecole Polytechnique de Rio de Janeiro (Polanco 1987)

pas encore opérationnelle pour les mathématiques ou vient de le devenir au moment où j'écris[3]. De toute façon, leur analyse comparative présente des difficultés qui sont, elles aussi, spéciales. La deuxième série est constituée des cours de Mathématiques Générales sur lesquels je reviendrai plus loin. On trouvera dans l'annexe 4 une liste - sans doute incomplète - de cours de Mathématiques Spéciales et de Mathématiques Générales.

Périodisation

Un premier fait saute aux yeux quand on examine, même superficiellement, les dates de première parution: il n'y en a pas entre 1813 et 1856. Non certes qu'il ne soit pas paru de traité d'analyse entre ces deux dates: ceux de Cauchy ont fait quelque bruit, ainsi que la rédaction de ses cours, mauvaise mais célèbre, publiée par le chanoine Moigno (1840). On peut mentionner Cournot (1841), Haton de la Goupillière (1860) et d'autres sans doute. Mais ces livres ne sont pas réédités après 1870 (la réimpression des cours de Cauchy dans ses œuvres complètes n'est évidemment pas significative ici). Si nous nous occupions de l'Allemagne, il faudrait faire une exception au moins pour le cours de l'Ecole Polytechnique de Navier (1840) qui n'a eu en France (et, comme toujours, au mieux de mes connaissances) que deux éditions en 1840 et 1855 mais dont la traduction allemande en a connu au moins quatre, la quatrième en 1875.

Les deux traités publiés au début du siècle, Lacroix (1802) et Boucharlat (1813) formeront donc ce que vais appeler la première génération. La survie de ces deux livres à travers les modifications qu'a subies l'exposition de l'analyse pose un problème, d'autant qu'eux-mêmes sont peu modifiés dans les éditions successives. C'est ce que j'appelle l'archaïsme de première espèce. A eux deux, ils constituent ce qu'on pourrait appeler la première génération stricte. Nous nous apercevrons que des livres très postérieurs peuvent être rattachés eux aussi à cette première génération; c'est ce que j'appelle un archaïsme de deuxième espèce.

La deuxième génération commence avec Duhamel, savoir où l'arrêter pose un problème que nous allons aborder maintenant. Pour cela il faut

3 La banque de données EMMANUELLE est faite au Service d'Histoire de l'Education de l'INRP, 29 rue d'Ulm 75005 Paris, sous la direction d'A. Choppin.

d'abord jeter un coup d'œil sur ceux de nos traités dont la première édition se situe entre 1856 et 1885, c'est-à-dire après la première génération et avant le livre de Tannery (1886).

Je passe sur pas mal de détails pour dire que ce qui caractérise la plupart de ces ouvrages, c'est la présence, au début du calcul différentiel, du principe de substitution des infiniment petits. J'en prendrai l'énoncé chez Bertrand où il est particulièrement condensé: "Deux infiniment petits a et b peuvent être substitués l'un à l'autre et l'on peut négliger leur différence soit dans la recherche d'une limite de rapport , soit dans celle d'une limite de somme, pourvu que cette différence soit infiniment petite par rapport à l'un d'eux." Il s'agit donc de deux propositions concernant l'une le rapport, l'autre la somme. D'ailleurs dans la plupart des traités on trouve deux énoncés distincts mais groupés. Ils s'appellent principes, théorèmes fondamentaux, parfois seulement théorèmes, mais alors on insiste en général sur leur importance. Ils se trouvent au début de l'ouvrage.

Rétrospectivement, le premier, qui concerne le rapport, ne pose pas de problème particulier; nous l'enseignons encore aujourd'hui mais sans lui accorder un caractère fondamental. C'est le deuxième qui fait l'essence du principe de substitution et il demande quelques éclaircissements. On a deux sommes $a_1+a_2+...+a_n$, $b_1+b_2+...+b_n$ et quand n tend vers l'infini, la première a une limite. D'autre part, tous les rapports $(a_i-b_i)/a_i$ tendent vers zéro (tout le problème peut être vu dans l'ambigüité de cette phrase: comment l'indice i varie-t-il avec n ?). Conclusion: la deuxième somme tend vers la même limite que la première. Il n'est jamais question d'uniformité. En France, il n'en sera d'ailleurs jamais question dans ce contexte, contrairement à ce qui passe en Italie à partir de 1877 (parution des *Lezioni* de Dini). Mais les livres dont nous nous occupons ici (je rappelle qu'ils ont tous au moins une édition avant 1885) ne font pas la distinction entre convergence simple et convergence uniforme. Une seule exception, et pas n'importe laquelle: Jordan. Mais chez lui non plus cette distinction n'apparaît pas lorsqu'il énonce le principe de substitution.

J'ai analysé ailleurs le fonctionnement de ce principe (Zerner 1986 et 1989). Pour le moment, la description que je viens d'en faire suffit parce que dans un premier temps je vais l'utiliser comme une simple marque pour caractériser les livres de la deuxième génération. Pour justifier cette utilisation comme marque, il faut vérifier si les traités publiés entre 1847 et 1885 (il y en a treize) énoncent ce "principe". Trois seulement ne le font pas. Ce sont Sonnet, Collignon et Laurent. Le volumineux traité de Laurent est assez particulier, la parution des sept volumes s'échelonne de 1885 à 1891 dans une période où le genre est en pleine évolution; aussi le tout manque d'unité et *a posteriori* on remarque une évolution vers ce que nous appellerons la troisième génération. Les deux autres exceptions, Sonnet et Collignon, ont des points communs. Nous verrons qu'on retrouve chez eux, déformés, certains caractères de la première génération. Ce sont ce que j'appellerai des archaïsmes de deuxième espèce. J'insiste sur un point; pour qu'il y ait archaïsme, il ne suffit pas que le contenu scientifique du livre soit dépassé, il faut aussi qu'il existe sur le marché d'autres livres beaucoup plus à jour portant sur le même contenu.

Considérant comme établi qu'on peut utiliser le principe de substitution comme marque de la deuxième génération, nous ne nous attendons pas à le voir disparaître subitement après 1886, surtout après avoir déjà vu des phénomènes d'archaïsme. On le retrouve encore dans le grand traité de Boussinesq (1887), ce qui n'a rien d'étonnant. Après tout, il a dû être écrit avant la parution du Tannery. Mais surtout la réflexion, très cohérente, de Boussinesq ne cherche pas les fondements de l'analyse dans sa rigueur déductive (on la trouve surtout dans Boussinesq (1878), je donne quelques indications de plus dans la fiche signalétique de l'annexe 3). On trouve encore le principe de substitution dans trois livres nettement postérieurs: Appell (1898), Rouché et Lévy (1900) et le cours de l'IDN de Demartres (1909, alors qu'il n'est pas dans son cours de faculté de 1892). Sous réserve d'une étude plus précise, ces trois ouvrages sont à considérer comme des archaïsmes de deuxième espèces rattachés à la deuxième génération. Enfin il faut dire ici un mot du Goursat (1902), car le principe de substitution se trouve dans sa première édition avant de disparaître des nombreuses éditions ultérieures. Toutefois, il y joue un rôle marginal, en fait purement heuristique, quoique l'auteur le présente comme un vrai théorème vrai.

Naturellement, la troisième génération ne se caractérise pas seulement par l'absence du principe de substitution. On y trouve une construction des nombres irrationnels (réels) et les théorèmes sur les fonctions continues. Les traités qui présentent l'ensemble de ces caractères sont Tannery, la deuxième édition de Jordan, Goursat, Humbert, Baire et Adhémar (soit six livres en tout, moins qu'en Italie où ils sont d'ailleurs beaucoup plus précoces).

Il nous reste à classer: Pauly, livre assez semblable à Sonnet et Collignon, le cours d'analyse de Demartres (Faculté des Sciences de Lille) qui présente un caractère de transition, et enfin le cours de Paul Haag, cours des Ponts et Chaussées paru en 1893 et assez difficile à classer. Une analyse plus fine de l'ensemble du corpus nous le fera considérer comme une forme de transition entre archaïsmes de deuxième espèce se rattachant à la première et à la deuxième génération. Il est bien normal que nous trouvions des livres de transition et d'autres difficiles à classer à la charnière de la deuxième et de la troisième génération; n'oublions pas que la période du passage de la première à la deuxième est en dehors de notre étude, nous ne pouvions pas voir les ouvrages correspondants.

Il faut faire un bref retour sur les archaïsmes de première espèce. La dernière édition du Lacroix est de 1881, celle du Boucharlat de 1891, encore qu'il subsiste un mystère: un nouveau tirage en est fait en 1926 (mille neuf cent vingt-six). Dans la génération suivante deux ouvrages vont survivre pendant la période de la troisième génération: Sturm et Serret.

Résumons. Nous distinguons trois générations. La première comprend deux ouvrages datant du début du siècle, la troisième apparaît en 1886. A chacune des deux premières se rattachent des archaïsmes de deuxième espèce. La première génération et les archaïsmes de deuxième espèce qui s'y rattachent disparaissent en gros au moment de la transition à la troisième génération, autour de 1890. Seuls trois ouvrages refusent d'entrer dans ce moule et ils appartiennent à cette période de transition. Il doit être bien entendu que cette classification n'a pas la prétention de s'appliquer en dehors du corpus ici étudié. De plus on en trouverait peut-être une fort différente du même corpus si on s'intéressait à autre chose qu'aux fondements du calcul différentiel, par exemple à l'exposé de la géométrie différentielle.

Pour abréger je nommerai "de type 1.1" les ouvrages de la première génération stricte, "de type 1.2" les archaïsmes de deuxième espèce s'y rattachant, etc. Evidemment le type 3.2 manque. On se reportera à l'annexe 1 pour retrouver la classification traité par traité.

Analyse plus précise

Cette périodisation (faut-il plutôt parler de typologie?) peut paraître établie sur des bases assez sommaires. En particulier je rappelle que je n'ai utilisé le principe de substitution que formellement comme marque. Je vais donner maintenant la méthode par laquelle je l'ai vérifiée, ainsi que certains compléments qu'elle apporte.

J'ai fait d'abord une lecture plus détaillée des livres les plus importants, un par type. Encore faut-il d'abord décider quels sont les livres importants. Il s'agit de ne pas perdre de vue ici le but de cette étude: délimiter un texte du savoir étudié, donc un objet social. Il faut essayer de repérer les ouvrages qui traduisent le mieux l'enseignement qui a été le plus généralement dispensé. J'ai retenu pour cela le critère du nombre d'éditions. Il est discutable, mais je n'en vois guère de meilleur. Les tirages ne sont accessibles, et encore pas tous, qu'au prix d'un travail supplémentaire que leur connaissance ne m'a pas paru justifier. Il ne semble pas y avoir eu d'édition pirate et si quelques éditions me manquent, des recoupements simples permettent de les repérer. Nous ne disposons pas pour notre objet de listes d'ouvrages recommandés ou admis par le ministère de l'instruction publique. Le critère du nombre d'éditions en recoupe un autre, assez flou: la disponibilité dans diverses bibliothèques, dont celles existant à Nice, chose qui facilite un peu le travail.

Quels sont donc les livres ainsi repérés comme importants? Evidemment Lacroix et Boucharlat, avec neuf éditions chacun. Dans la deuxième génération Serret et surtout Sturm avec respectivement six éditions, la dernière en 1911 et quinze, la dernière en 1929. Dans la troisième génération, un seul: Goursat qui a eu au moins six éditions et plusieurs réimpressions jusque dans les années 1940. Pour le type 1.2, Sonnet (huitième et dernière édition en 1919) et pour le type 2.2 Appell, six éditions jusqu'en 1950. On pourra comparer ces résultats aux remarques que fait Dhombres (1985) sur les caractéristiques des ouvrages à succès. J'ai retenu pour cette lecture plus détaillée Boucharlat, Sonnet, Sturm, Appell et Goursat.

Il est clair que du point de vue de l'histoire des idées mathématiques le choix aurait été complètement différent, qu'on pense à la préférence donnée à Sturm sur Serret, à l'absence de Jordan, à l'élimination de Méray.

Cettte lecture de quelques livres choisis m'a amené à élaborer une grille d'analyse à laquelle j'ai soumis l'ensemble des ouvrages du corpus. On trouvera cette grille en annexe 2.

Cette analyse plus précise confirme-t-elle notre périodisation? C'est à propos des archaïsmes de deuxième espèce que le problème se pose, y retrouve-t-on, oui ou non, des caractères de la génération à laquelle je les ai rattachés? Il faut donc répondre en deux temps, un pour le passage de la première à la deuxième génération et un pour le passage de la deuxième à la troisième.

Les ouvrages de la deuxième génération comportent une définition des infiniments petits comme quantités ayant zéro pour limite. Cette définition se trouve au début du livre parmi les notions fondamentales. La référence à Cauchy est parfois explicite. Lacroix et Boucharlat ne parlent d'infiniment petits qu'accessoirement, le premier dans des notes en bas de page où il dit que c'est le point de vue de Leibniz, le second très avant dans son développement (du moins dans les sept éditions non retouchées par Laurent). Les ouvrages de type 1.2 les suivent sur ce point.

Boucharlat et Lacroix ne parlent pas de fonctions continues, contrairement aux ouvrages de la deuxième génération qui se bornent d'ailleurs à la définition et à la propriété des valeurs intermédiaires (prise comme définition et "démontrée" équivalente à la définition usuelle chez Bertrand). Collignon et Pauly ne parlent pas de fonctions continues, Sonnet et Haag les définissent, sans plus.

Autre ligne de démarcation: dérivées et différentielles. Lacroix et Boucharlat ne parlent qye de coefficients différentiels. Le mot "dérivée" vient d'être proposé par Lagrange et ne s'est pas encore répandu. Les auteurs de la deuxième génération l'emploient systématiquement. Ils définisssent plus loin la différentielle comme un objet distinct. Sonnet et Pauly emploient concurremment les deux expressions "dérivée" et "coefficient différentiel". Ils définissent la différentielle avant la dérivée et Haag qui ne mentionne pas l'expression "coefficient différentiel" fait de même. Collignon n'emploie que "dérivée" et définit la différentielle immédiatement après elle.

Une autre question concernant la dérivée est son existence (pour toute fonction). Lacroix, Duhamel, Bertrand et Souchon la "démontrent". Le dernier nommé encourra les critiques de Darboux (1870b), alors que le même Darboux est très élogieux pour Bertrand et Duhamel dont il apprécie en particulier la rigueur (1876 et 1870a). Jusqu'en 1875, les autres auteurs ne se prononcent pas sur ce point, ensuite ils disent au moins qu'on ne connaît pas de démonstration correcte. Pour être complet, il faudrait faire ici un sort à Boussinesq dont le point de vue est très particulier, je renvoie sur ce point à sa fiche signalétique (annexe 3). On voit que cette question ne trace pas une limite entre les générations.

Je passe à un complexe de questions liées entre elles. Premièrement la vieille conviction (elle remonte à l'époque des indivisibles) selon laquelle l'intervalle de définiton d'une fonction (on précise maintenant en général: continue) peut être divisé en sous-intervalles où elle est monotone. Je l'appellerai la monotonie par morceaux. Deuxièmement le fait que l'aire d'une courbe (c'est l'expression qu'emploient nos auteurs) est limite des sommes $(x_1-x_0)\, f(x_0) + \ldots +(x_n-x_{n-1})\, f(x_{n-1})$. Enfin la démonstration d'existence de la longueur d'un arc de courbe comme limite de celles des polygones inscrits. J'ai examiné ces questions plus en détail ailleurs (Zerner 1986 et surtout 1989) et je me contente de résumer ici. Première génération: la monotonie par morceaux (dont les auteurs étaient certainement persuadés) n'apparaît qu'à travers l'étude des variations d'une fonction réduite sans autre forme de procès à la recherche des maxima et minima; la question du rapport entre aire et somme reçoit un traitement très rapide et intuitif; pas de souci pour la longueur d'une courbe, son calcul se déduit du fait que le rapport de l'arc à la corde tend vers un. Ce fait, considéré comme évident par Boucharlat, est démontré par Lacroix comme le fera plus tard Cournot (j'ai commis sur ce point une erreur dans Zerner 1989). Deuxième génération: la monotonie par morceaux est toujours utilisée à un moment ou un autre, parfois sous la forme de la convexité par morceaux; elle intervient dans la démonstration du théorème de Rolle dans tous les cas où celui-ci est exposé. Une exception très importante: la première édition de Jordan. Le principe de substitution permet de démontrer que l'aire est limite de sommes; il entre aussi en jeu dans la démonstration d'existence de la longueur d'une courbe. Voyons maintenant ce qu'il en est pour le type 1.2. Sonnet ne traite qu'incidemment la question de la différentielle d'un arc de courbe, obtenue grâce à l'équivalence considérée comme évidente de l'arc et de la corde; Pauly le suit sur ce point comme sur beaucoup d'autres. Collignon démontre cette équivalence par une méthode proche de celle de Cournot (1841); mais il ne pose pas lui non plus la question de l'existence de la longueur. Enfin Haag mentionne le problème et renvoie à Serret et Jordan pour la démonstration.

Il reste à parler de la démonstration de la formule de Taylor. La question est complexe parce que cette démonstration se perfectionne pendant la vie de la deuxième génération. Disons seulement qu'on peut repérer un retard des livres du type 1.2 sur cette évolution.

Je m'étendrai moins sur les différences entre la deuxième et la troisième génération, elles sont beaucoup plus évidentes. D'abord un livre de la troisième génération comporte une construction des nombres réels, le plus souvent par les coupures de Dedekind, dans les autres par ce qu'on n'appelle pas encore les suites de Cauchy; Tannery donne les deux. Les infiniment petits disparaissent des parties fondamentales pour devenir une simple abréviation introduisant aux ordres de croissance et à la partie principale. Cela n'empêche pas Jordan de les employer abondamment dans les parties géométriques; exemple qui est très loin d'être isolé:

"Pour trouver l'équation de cette enveloppe, considérons l'une de ces courbes

$$F(x,y,c) = 0,$$

et la courbe infiniment voisine

$$F(x,y,c+dc) = 0."$$ (p.425 de la 2ème édition).

Les trois propriétés fondamentales des fonctions continues sur un intervalle fermé borné sont démontrées: théorème de la valeur intermédiaire, existence du minimum et du maximum, continuité uniforme. Leur dégagement et leur groupement se font progressivement. La monotonie par morceaux est liquidée; Jordan, Goursat, Tannery dans la deuxième édition (1904) donnent le contre-exemple de Weierstrass en dégageant le fait que la fonction construite n'est à variation bornée (*a fortiori* monotone) sur aucun intervalle.

Il reste à parler des livres du type 2.2. Il a déjà été dit qu'ils contiennent le principe de substitution, considéré comme un théorème fondamental. Ils ne contiennent pas de construction des nombres réels. Les fonctions continues sont définies mais leurs propriétés sont absentes ou réduites au théorème des valeurs intermédiaires. Le cours de l'IDN de Demartres présente une curieuse exception: "Théorème. Si une fonction $y=f(x)$ est continue, il est impossible que le rapport $\Delta y/\Delta x$ soit toujours nul ou toujours infini entre a et b." La "démonstration" m'apparaît comme inspirée de Bertrand. Sur la monotonie par morceaux; la définition de l'intégrale, la rectification des courbes, les trois ouvrages diffèrent entre eux sans qu'aucun ne présente les caractères de la troisième génération. Il est utile de donner ici des précisions pour appuyer nos raisonnements ultérieurs. Appell réaffirmera toujours nettement la monotonie par morceaux (la dernière édition publiée de son vivant date de 1921). Dans sa première édition (1898), il démontre l'existence de la longueur d'un arc de courbe par une méthode s'appuyant explicitement sur le principe de substitution, méthode qu'on trouve déjà chez Sturm. Cette démonstration disparaît des éditions ultérieures, sans être remplacée. Rouché et Lévy semblent échapper à l'utilisation de la monotonie par morceaux. Dans un premier temps, ils démontrent que l'aire est limite de sommes en faisant explicitement l'hypothèse que la fonction est croissante. Puis, au début du tome II consacré au calcul intégral, ils rappellent cette démonstration, en ajoutant qu'on pourrait aussi la faire par une méthode analytique analogue à celle qui a prouvé l'existence de la longueur d'un arc de courbe. Cette démonstration serait parfaitement rigoureuse n'était qu'elle s'appuie sur le théorème de la borne d'une fonction continue, la continuité uniforme et le critère de Cauchy pour les suites, toutes choses qui n'ont été ni démontrées ni même mentionnées. Il faut avoir ici présent à l'esprit que l'ouvrage dans son ensemble est de très haut niveau. Demartres explicite parfois l'hypothèse de monotonie, parfois pas. L'intégrale s'appuie encore sur le principe de substitution. La démonstration d'existence de la longueur d'un arc de courbe, particulière à cet auteur, utilise le théorème cité ci-dessus sur les fonctions continues.

On peut conclure que les livres archaïques de deuxième espèce ont bien des points communs avec leur génération de rattachement. Mais ce sont aussi des livres d'un type différent. Nous verrons qu'ils ne s'adressent pas au même public. Pour cela un aperçu du contexte institutionnel est nécessaire.

Avant d'entreprendre ce détour, jetons un bref coup d'œil chez nos voisins allemands et italiens.

<u>Au delà du Rhin et des Alpes</u>

On sait que les traités modernes d'analyse apparaissent tard en Allemagne. Il est d'usage d'attribuer ce retard au refus qu'opposait Weierstrass à la publication de ses cours. L'explication est sans doute vraie, elle me paraît très partielle. Mais d'abord, le caractère tardif n'est pas la seule caractéristique des traités allemands.

Pour commencer, il faut le relativiser: il est relatif au développement de la théorie en Allemagne et aussi à la parution des traités modernes italiens. Il n'existe guère par rapport à la France. Harnack (1881) et Pasch (1882) présentent des caractéristiques modernes (construction des nombres irrationnels, continuité uniforme), de même que l'ouvrage de philosophie des mathématiques de Paul du Bois-Reymond (1882). Il est plus juste de parler d'une grande lenteur de mise au point. Alors que Dini en Italie, Tannery en France exposent du premier coup la théorie dans son entier avec rigueur et netteté, il faudra attendre le doublet de Stolz (1885 et 1893) pour avoir quelque chose d'analogue en Allemagne, les livres antérieurs présentant des lacunes et des obscurités. Puisque nous en sommes à Stolz, remarquons que les deux livres les plus marquants sont venus de l'étranger. L'Autrichien Stolz et l'Américain Osgood avaient fait un séjour en Allemagne mais ils étaient rentrés dans leurs pays quand ils ont écrit leurs traités.

Une analyse des traités allemands devrait à mon avis prendre en compte les quelques éléments que voici. Avant tout la différence des systèmes d'enseignement. Les universités allemandes n'avaient pas de programme. Les cours portaient sur des sujets spécialisés, laissant aux étudiants le soin d'apprendre les bases, celles du moins qui n'étaient pas enseignées au lycée (Lorey 1916); sans doute la plupart recourraient-ils à l'aide d'un *Privatdozent* . Signe de cette situation, la plupart des traités ne viennent pas des universités mais des *Technische Hochschulen*. Approfondir cette question amènerait sans doute à la replacer dans le contexte de la situation plus générale des mathématiciens allemands telle que la décrit Pyenson (1983). Les représentants des disciplines techniques menaient l'assaut pour obtenir l'égalité avec leurs collègues des facultés de philosophie et les mathématiciens avaient un pied dans chaque camp. Situation d'autant plus inconfortable que leurs alliés étaient assez enclins, d'un côté comme de l'autre, à marcher sur le pied en question. De plus, Schubring (1984 et 1986) oppose une tradition allemande donnant la plus grande importance à la formation des maîtres à une tradition française basée sur le rôle clef de bons manuels.

Autre élément: il y avait en Allemagne une tradition de modification des traités. Ce fait rend d'ailleurs leur analyse ardue. Certes, quelques traités français, en général les plus importants, ont été revus (voir dans l'annexe 3 les fiches de Lacroix, Boucharlat, Sturm et Tannery), mais sans que leur caractère général ait été modifié, en particulier ce que j'ai appelé le type. Toute autre est l'histoire des deux livres qui apparaissent comme les plus répandus en Allemagne à notre époque.

Stegemann (1862) d'abord. En 1887, Kiepert, professeur à la *Technische Hochschule* de Hanovre comme l'avait été l'auteur, publie la cinquième édition. Dans la préface, il explique qu'il ne s'attendait pas à y trouver tant de lacunes et d'erreurs; ils les a corrigées en s'efforçant de conserver autant que possible la simplicité de l'exposition. Il faut croire que ce n'était pas assez car cinq ans après, dans la préface à l'édition suivante, il annonce de nouvelles corrections, en remerciant Lampe, von Mangoldt, Franz Meyer, Runge et Voss de leurs indications; les figures sont refaites et leur nombre passe de 66 à 154. La septième édition (1895) est peu différente, toujours d'après la préface, mais Kiepert trouve maintenant le livre tellement modifié qu'il n'en considère plus

Stegemann comme l'auteur[4]. La huitième édition (1897) comprend une brève introduction historique destinée à montrer (signe des temps?) combien le calcul différentiel et intégral est indispensable à la technologie. Le livre a eu en tout au moins quatorze éditions jusque dans les années 1920.

L'autre ouvrage auquel j'ai fait allusion est Schlömilch (1853). L'action de l'auteur pour l'enseignement des mathématiques dans les *Technische Hochschulen* est assez connue[5]. Le livre a eu cinq éditions jusqu'en 1881, puis il semble tomber en sommeil. Mais voilà qu'en 1923 Adolf Kneser publie une édition revue (et comment!). Dans la préface, il indique que le livre est toujours utilisé dans les *Technische Hochschulen* mais manque de rigueur: "Le tissu est bon, mais il faut refaire les coutures". Et elles sont refaites non sans originalité; en particulier, on prend la continuité uniforme comme définition, de façon à reporter les démonstrations délicates au tome 2. L'ambiance est assez weierstrassienne: au passage, Kronecker est aimablement comparé au général Kapp[6].

Autre témoignage de la tradition allemande de modification des traités : la traduction du *Calcul Différentiel et Intégral* de Serret par Axel Harnack parue en 1884. La deuxième édition paraît en 1897, considérablement retravaillée par Georg Bohlmann (auteur d'autres traductions et d'un curieux article sur l'histoire des traités d'analyse (Bohlmann 1899)). La troisième, parue en 1906, ainsi qu'une édition de 1908 bizarrement intitulée "4ème et 5ème" sont revues par G. Scheffer. Chaque fois, des transformations sont faites. Le résultat est un livre où le principe de substitution a disparu, les réels sont définis par coupure, mais l'existence du maximum d'une fonction continue est utilisée sans démonstration.

Avant de quitter l'Allemagne, il est bon de mentionner le traité qui deviendra l'ouvrage standard, un peu comme le Goursat en France, la

---

4 Le titre ne change pas, Ludwig Kiepert devient l'auteur et l'ouvrage porte en sous-titre: *Siebente verbesserte und vermehrte Auflage der gleichnamige Leichtfadens von weil. Dr Max Stegemann.*

5 Voir par exemple Cantor (1904)

6 En mars 1920 le général monarchiste Kapp avait fait occuper militairement Berlin et proclamé la dissolution du gouvernement de la République de Weimar. Une grève générale unanime fit avorter le *putsch* en quelques jours. Adolf Kneser ne nomme pas Kapp mais l'allusion était parfaitement transparente pour ses lecteurs.

Funktionentheorie d'Osgood dont le premier tome paraît en 1906. C'est un ouvrage remarquable à plus d'un titre, marqué à la fois par un grand effort pédagogique et un contenu très avancé. C'est là qu'on voit apparaître, pour la première fois à ma connaissance, un dessin du graphe de $x \sin 1/x$ et c'est dans le tome 2 qu'on trouve ce qui reste, sauf omission de ma part, la principale contribution de l'auteur à la recherche mathématique (théorème de Hartogs-Osgood: une fonction séparément analytique dans un ouvert de $\mathbf{C}^2$ est analytique). C'est un livre nettement allemand d'un auteur qui a écrit plusieurs autres traités de calcul différentiel et intégral, eux très américains, dont nous aurons à parler plus loin.

Passons à l'Italie où apparaissent les premiers traités modernes. Si les *Fundamenti* de Dini (1878) et le Genocchi-Peano (1884) sont les plus connus, ils ne sont pas les premiers, précédés qu'ils sont par les *Lezioni* de Dini qui paraissent (autographiées) en 1877. Ces leçons sur le calcul infinitésimal sont à l'origine d'une tradition qui fleurit dans les années 1890: D'Arcais (1891), Pascal (1895), Vivanti (1898), Cesaro (1899). Cette liste n'est sans doute pas exhaustive, d'autant que Dini dit que les auteurs de traités ont affirmé avoir utilisé ses *Lezioni* à partir de 1880 (préface à la deuxième édition, 1907). Tous ces ouvrages ont été réédités, ou au moins réimprimés. Celui de Pascal fait partie d'une collection de vulgarisation bon marché (3 lires), très répandue et comprenant des centaines de titres sur les sujets les plus variés, les Manuali Hoepli. Tous ces livres ont des caractères communs très nets. Il faut mettre un peu à part les *Fundamenti* de Dini et le Genocchi-Peano qui sont des fondements de la théorie des fonctions d'une variable réelle et non des cours d'analyse infinitésimale. Cesaro s'écarte de la tradition sur quelques points. Il serait intéressant de voir si c'est le résultat de ses années de formation en Belgique et en particulier de l'influence de Catalan.

Le plan de ces cours d'analyse infinitésimale est à peu près celui d'un cours de calcul différentiel et intégral français. On n'y trouve pas en général d'introduction des nombres irrationnels. Cela tient à l'organisation des études de mathématiques en Italie: le cours d'analyse infinitésimale a été précédé d'un cours d'analyse algébrique qui contenait cette introduction.

Un point technique montre à la fois l'influence allemande et l'unité de cette tradition. Il s'agit d'un théorème attribué à Weierstrass qui s'énonce ainsi en termes d'aujourd'hui: pour toute fonction f à valeurs réelles définie sur un compact K (un intervalle ou un rectangle dans les ouvrages qui nous intéressent), il existe un point a tel que pour tout voisinage V de a :

$$\sup_{x \in V} f(x) = \sup_{x \in K} f(x) \quad .$$

Dans le cas des fonctions continues sur un intervalle fermé borné on en tire directement l'existence du maximum et facilement la continuité uniforme (Pascal fait exception sur ce dernier point).

Le sort du principe de substitution est aussi bien réglé dans ces traités. Dès la première édition des *Lezioni* , Dini montre par un contre-exemple la nécessité d'une hypothèse de convergence uniforme et donne l'énoncé correct. Ses successeurs feront de même. On peut cependant noter que si Dini place le théorème au début de son livre et le présente comme un pilier du calcul infinitésimal, il sera par la suite ravalé au rang d'un théorème ordinaire.

Dans la préface à sa quatrième édition (1918), Pascal mentionne "... i giovanni che aspirano ad entrare nelle Scuole speciali per gli ingenieri, e che formano la gran maggioranza degli studenti del primo biennio delle Facoltà Matematiche delle nostre Università."[7]. Nous verrons plus loin que la nature de ce public pourrait expliquer le maintien du principe de substitution.

La vigueur de la production italienne de traités, en particulier l'assimilation créative d'éléments français et allemands, se comprennent assez bien dans l'ambiance des premières décennies de l'unité italienne (Volterra 1902 et 1909, Brigaglia et Masotto 1982).

Le contexte institutionnel

A quels enseignements correspondaient les traités que nous étudions?

D'abord à celui qui est dès le début du siècle beaucoup plus structuré et codifié que tout autre enseignement de mathématiques de l'époque, celui de l'Ecole Polytechnique. Cet enseignement s'adresse à un public considérable pour l'époque: deux cents élèves environ chaque année. Il suit un ordre logique et didactique. Les études durant deux ans, les chaires existent en double et chaque professeur suit une promotion

---

7 "... les jeunes gens qui aspirent à entrer dans les écoles spéciales pour ingénieurs et qui forment la grande majorité des étudiants des deux premières années des facultés mathématiques de nos universités."

(ce qui crée d'ailleurs à certaines époques une disparité importante dans la formation mathématique des polytechniciens selon la parité de leur année d'entrée à l'Ecole). Les cours sont complétés très tôt par un système d'exercices et d'interrogations assurés par des corps spécialisés (les répétiteurs et les examinateurs des élèves). Ils font l'objet d'un contrôle social serré: il existe un "registre d'instruction" où sont notés la date et le sujet de chaque leçon et le Conseil de Perfectionnement évalue périodiquement l'enseignement. Ces éléments sont bien connus, on peut consulter pour l'organisation des études Shinn (1980) et sa bibliographie; divers auteurs ont apporté des précisions au sujet de l'enseignement de l'analyse, citons Gilain (introduction de Cauchy 1981) et Guitard (1986). On sait assez qu'une bonne partie des grands traités d'analyse français sont des cours de Polytechnique.

Peut-être le sait-on même un peu trop, cela crée un risque d'oublier qu'il y en a d'autres. Ces autres prennent d'ailleurs plus d'importance au début de la période qui nous occupe. Cours de la Faculté des Sciences de Paris bien sûr, comme celui de Serret dont la première édition paraît en 1868. Cours de facultés de province, comme celui de Hoüel à Bordeaux (1871), celui de Méray à Dijon (1872). Je ne mentionne pas ici ceux qui sont parus plus tard.

Ces ouvrages posent un problème. Les livres sur l'histoire de l'enseignement en France comme Chevallier,Grosperrin et Maillet (1968) et Prost(1968), présentent de nombreux témoignages du dilettantisme qui régnait dans les facultés non professionnelles (c'est-à-dire en dehors du droit et de la médecine); on y tenait des conférences mondaines plutôt qu'un enseignement. Cependant à y regarder de plus près tous ces témoignages concernent les facultés des lettres auxquelles nos auteurs assimilent parfois un peu vite celles des sciences. Leur inspirateur commun Louis Liard est plus nuancé qui, après avoir caractérisé les réformes opérées dans les facultés sous la 3ème République comme une révolution, écrit: "Aux sciences elle[la révolution] se faisait d'elle même. L'activité des maîtres s'y était sans doute dépensé jusqu'alors à peu près en pure perte, mais sans fausses directions, et pour devenir efficace, elle n'avait ni à rebrousser chemin ni à s'infléchir. Il suffisait qu'elle eût désormais devant elle des élèves véritables ... "(Liard 1894, p.403).

Mais il faut aller plus loin et se demander s'il n'y avait pas une situation spéciale aux mathématiques. C'est d'ailleurs ce que confirme une lettre au ministre du directeur de l'Ecole Normale Supérieure, Bouillier, datée de 1868. Il y dit que les cours de la Sorbonne sont inutiles, sauf pour les mathématiques (Jung-Hulin 1986, p.403, voir aussi Hulin-Jung 1989). Il en résulte qu'à la Sorbonne il y avait au moins le public "captif" des normaliens, public d'ailleurs choisi; rappelons que c'est en 1861 que Darboux, reçu premier à Polytechnique et Normale avait choisi cette dernière. Il en résulte aussi qu'il devait être difficile de passer les examens de licence sans avoir suivi les cours. Il serait d'autre part surprenant que des cours autographiés aussi structurés que ceux de Hoüel et Méray ne s'adressaient vraiment à personne. Voici au demeurant un décompte des licences de mathématiques délivrées à Marseille[8].

de 1856 à 1861: un seul licencié (en 1861)

de 1862 à 1870: entre un et cinq licenciés par an, 2,6 en moyenne

de 1872 à 1879: de zéro (mais sur trois candidats), à cinq, 3 en moyenne (il n'est pas certain qu'il y ait eu une session d'examens en 1871)

de 1880 à 1889: période d'effectifs stables avec une petite dizaine de candidats et en général environ cinq reçus

à partir de 1890, baisse des effectifs.

Or il s'agit certainement d'une petite faculté. Elle a été créée par un décret du 22 août 1854 et c'est un autre décret du 27 décembre qui a nommé les quatre premiers professeurs (du Bourguet 1900). Selon toute apparence, la session d'examens de juin 1856 a donc été la première. Il a fallu cinq ou six ans pour trouver les premiers licenciés, cela se comprend d'autant mieux que la bourgeoisie locale semble avoir été réticente (Weisz 1983, p.44)[9]. Est-ce une pure coïncidence que ce démarrage réel ait lieu au moment du passage de l'empire autoritaire à l'empire libéral? Quoiqu'il en soit, la première décennie de la 3ème

---

8 Le service de la Scolarité de l'Université de Provence conserve les documents suivants:
Deux cahiers intitulés "textes" l'un comprend "Licence, textes des Certificats d'Etudes supérieures nov. 1906 à nov. 1911, l'autre commence en 1931
Un cahier "Titres universitaires: Brevet d'électricité industrielle (1900-1934), Brevet de chimie industrielle(1920-1930), Diplôme de chimiste (1912-1934), Diplôme d'ingénieur-chimiste (1921-1934)" Il contient les noms, prénoms, date de naissance et notes d'examen.
Trois cahiers "Certificats d'Etudes Supérieures": n°1 1897-1905, n°1:1901-1902, n°2;1905-1914 (il y a bien deux n°1)
Deux cahiers "Délivrance du diplôme de licencié ès sciences" 1897-1909 et 1910-1928
Un grand registre "Baccalauréat 1855-1874, licence 1855-1897". Un registre d'inscription a été glissé dedans.
Un cahier "Licence ès sciences, registre des examens de janvier 1875 à 1897 et liste des licenciés de 1856 à 1874. C'est naturellement celui que j'ai exploité. Il y est collé une circulaire de Jules Ferry demandant que toutes les informations concernant les examens de licence (y compris les copies!) soient envoyées au ministère.

9 Weisz se réfère à un rapport déposé aux Archives Nationales F17 13070 p.69-72.

République ne voit pas d'augmentation sensible des effectifs. A partir de 1880 environ, les effectifs sont beaucoup plus copieux, comme il est bien connu.

Nous n'avons pas fini le tour des lieux où l'on enseignait le calcul différentiel et intégral, il nous reste à parler de ceux où se formaient les ingénieurs. Une précision s'impose d'abord. Quand nous parlerons d'ingénieurs pour abréger, il s'agira en général des ingénieurs civils, ceux qui n'appartiennent pas aux corps de l'Etat. Ces corps (Mines, Ponts et Chaussées, Tabacs , etc) se recrutant exclusivement parmi les élèves de l'Ecole Polytechnique après passage par une école d'application, il n'y a pas lieu d'y revenir. Mais depuis un certain temps, ces écoles d'application recrutaient aussi, par un concours direct, des élèves qui à leur sortie n'avaient droit qu'au titre d'ingénieur civil. Outre le prestige beaucoup moindre, cela impliquait qu'ils avaient à se placer sur le marché du travail, l'Etat ne leur garantissant pas un emploi. Disons un mot de plus de l'Ecole des Ponts et Chaussées dont deux cours figurent dans le corpus. Les futurs ingénieurs civil y suivaient une année préparatoire avant d'être mêlés à ceux qui sortaient de Polytechnique. Cet enseignement préparatoire comprenait un cours de calcul différentiel et intégral. On sait qu'à des détails près ce système est resté tel quel aujourd'hui.

La plus ancienne, et peut être la plus prestigieuse des écoles d'ingénieurs civils est Centrale (l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures). Elle fut fondée en 1829 afin de former les ingénieurs que Polytechnique ne pouvait fournir à l'industrie pour la double raison qu'elle donnait une formation trop générale et théorique et que ses élèves étaient absorbés par l'Etat (en majorité comme officiers d'artillerie).

Mentionnons encore les écoles des mines de province créées au fil du XIXème siècle, nous n'avons pas de traité correspondant à leur enseignement. Quant aux écoles d'Arts et Métiers, un enseignement élémentaire du calcul différentiel et intégral y fut introduit très tard et progressivement(SFCIEM 1911, vol.4).

A la fin du XIXème siècle, la plupart des facultés des sciences avaient créé des enseignements spéciaux, souvent donnés dans des instituts plus ou moins séparés, pour former des personnels technique (Paul 1980 et 1985). Lille a été très en avance dans ce domaine puisque des enseignements de sciences aplliquées y ont été mis en place dès sa création en 1854. L'Institut Industriel du Nord (IDN) y a été créé dans ce mouvement, il présente pour nous un intérêt particulier. Héritier de l'Ecole Professionnelle du Nord, fondée comme établissement privé en 1854 et devenue d'Etat en 1857, il date, assez formellement , sa création d'une décision du Conseil Municipal de Lille et du Conseil Général du Nord , attribuant des crédits pour la création de nouveaux locaux (1872). Il est difficile d'avoir des renseignements plus précis, les archives de l'école ayant disparu par suite, sans doute, de son occupation par l'armée allemande[10]. Nous verrons cependant que les élèves de la section de génie civil suivaient un cours de calcul différentiel et intégral dispensé par un professeur de la faculté des sciences ou de la faculté libre (catholique). A partir d'une date proche de 1900, ce cours était donné en seconde année et pendant la première, ils suivaient l'enseignement de mathématiques générales de la faculté.

Complétons justement ce tableau par quelques mots sur ces enseignements de mathématiques générales. Jusqu'à une date assez avancée (je ne sais pas la déterminer précisément), les étudiants de mathématiques et de physique des Facultés avaient presque tous suivi une classe de Mathématiques Spéciales. Vers la fin du siècle, la situation change. Un public de plus en plus nombreux et différent apparaît. On en trouve la description chez plusieurs auteurs du début du XXème siècle, par exemple Vessiot (SF-CIEM 1911, p.22): "Le succès de cet enseignement [de mathématiques générales] a prouvé qu'il répondait à des nécessités très réelles. Les cours en sont suivis par de nombreux étudiants, qui y viennent chercher une préparation à des études ou à des carrières très diverses. Les uns se destinent à l'étude théorique des sciences physiques; d'autres aux écoles d'électricité de Paris, de Grenoble; d'autres encore à l'enseignement des écoles primaires supérieures, professionnelles ou techniques, au professorat des écoles normales primaires. De plus, un assez grand nombre de jeunes filles, qui aspirent pour la plupart aux fonctions de l'enseignement dans les lycées de jeunes filles, suivent aussi cet enseignement. Enfin il a pour auditeurs les élèves de écoles industrielles qui sont rattachées, par des liens plus ou moins étroits, à diverses Universités." C'est déjà pour une partie de ce public que l'Abbé Stoffaes publie en 1891 son *Cours de mathématiques supérieures à l'usage des candidats à la licence ès sciences physiques* (l'expression Mathématiques Supérieures n'avait pas alors son sens actuel)[11]. A partir de 1896, les Facultés des Sciences sont libres de créer pour lui un enseignement spécifique; Caen sera la

10 La plus grande partie de ces informations est tirée d'une plaquette publiée par l'IDN en 1972 à l'occasion de son centenaire.

11 L'ouvrage a eu au moins cinq éditions; dans la cinquième, de 1930, il est ajouté au titre "*et des élèves des écoles techniques*".

première à le faire en 1896. Le certificat ne deviendra une année propédeutique obligatoire qu'en 1947. Il faut ajouter que les *Eléments d'analyse* de Paul Appell seront indiqués comme destinés, entre autres, aux étudiants de mathématiques générales à partir de l'édition de 1913.

Qu'enseignait-on dans le calcul différentiel et intégral? Dans l'ensemble le contenu des traités est d'une grande stabilité: dérivées et intégrales, leur calcul, la formule de Taylor, la recherche des minima et maxima des fonctions, la résolution des équations différentielles, beaucoup de géométrie différentielle, presque toujours les éléments du calcul des variations. Autour de 1870 apparaissent les fonctions elliptiques, et les fonctions d'une variable complexe font en même temps leur entrée justifiée par les besoins de l'étude desdites fonctions elliptiques; plus tard elles prennent un développement indépendant. La part des équations aux dérivées partielles s'accroît tout au long de l'évolution.

Certes, le contenu de l'enseignement n'est pas forcément celui des traités. On pourrait l'étudier très en détail pour Polytechnique grâce à l'énorme masse de documents conservés aux archives de l'école: polycopiés de cours et conférences (comprendre séances d'exercices) et même notes d'élèves. J'ai renoncé à prendre le risque de rester noyé dans la complexité des détails à l'issue d'un très long travail. De même ai je renoncé à la prospection des archives des Ponts et Chaussées et de Centrale. On trouve quelques indications dans les rapports de la SF-CIEM (SF-CIEM 1911, volumes 3 et 4). J'ai déjà dit que la situation était désespérée pour l'IDN. Du moins les deux cours dont nous disposons sont ils rédigés par des élèves, signe qu'ils ont vraiment été enseignés.

Pour les cours de faculté, on ne voit guère comment aborder la question, faute d'archives où trouver des documents directs. Les meilleures indications sont *a priori* les programmes et les sujets d'examens. Les premiers sont fixés par un décret de 1877. Il permet de vérifier que les traités leur sont conformes. Peu après paraît une édition du Sturm "suivie de la théorie élémentaire des fonctions elliptiques par M. H. Laurent", cette théorie figure dans le programme; on se reportera à l'annexe 3 pour plus de détails. Le livre, cours de Polytechnique à l'origine , était donc déjà adopté dans les facultés. On ne s'étonnera pas que celles-ci suivaient les mêmes programmes que Polytechnique. L'existence d'une espèce de guerre des programmes entre l'école et le ministère de l'nstruction publique a été signalée par Shinn (1980) et on y trouve une allusion dans Jung-Hulin (1986). Changement en 1896: un décret déjà mentionné dispose que le grade de licencié ès sciences sera délivré à tout titulaire de trois certificats, le programme de ces certificats étant laissé à l'initiative des facultés. Toutefois la licence d'enseignement était soumise à des conditions beaucoup plus précises. Il fallait pour l'obtenir avoir passé les certificats de calcul différentiel et intégral, de mécanique rationnelle et un certificat de physique. Vessiot (dans SF-CIEM 1911) nous apprend que le programme de calcul différentiel et intégral était à peu près le même dans toutes les facultés et donne celui de Paris. Ce programme apparaît comme simplifié et même un peu allégé par rapport à celui de 1877, sauf en ce qui concerne les fonctions d'une variable complexe; l'étude des infiniment petits n'y est plus mentionnée. Mais nous avons vu que les traités exposaient tous les fondements et le rapport de Vessiot le confirme. Rappelons que Sturm et Serret étaient toujours en usage. Le Goursat dépasse ce programme de beaucoup.

Vers 1860, les *Nouvelles annales de mathématiques* publient épisodiquement des sujets d'examens de licence de Paris. Au fil des ans ces sujets deviennent plus nombreux et les facultés de province apparaissent. Ils deviennent aussi plus difficiles et demandent beaucoup plus de connaissances. A partir de 1880 environ nous disposons d'une grande masse de sujets, presque tous du type suivant. On donne une propriété géométrique d'une courbe ou d'une surface, il faut établir et résoudre une équation différentielle la traduisant. On voit que les fondements n'avaient pas grand chose à voir là dedans et on s'explique mieux la survivance du Sturm et du Serret. Il n'en est pas de même pour le Boucharlat qui ne contient pas assez de géométrie différentielle pour résoudre la plupart de ces problèmes. Il est vrai que nous n'avons que les sujets d'écrit. Mais cet écrit était éliminatoire et l'examen du document trouvé à Marseille[12] m'a confirmé que les échecs étaient la plupart du temps bien plus nombreux à l'écrit qu'à l'oral.

Répartissons maintenant nos traités entre les différents types d'enseignements. Il faut d'abord mettre à part Lacroix et Boucharlat. Au début du siècle, le Lacroix a servi de base à l'enseignement de Polytechnique où l'auteur a d'ailleurs été professeur, mais cela ne nous dit pas à qui s'adressaient ses éditions postérieures à1870. Le mystère est encore plus épais pour Boucharlat. Quatre autres traités posent problème. Duhamel dont la préface dit que le livre ne correspond à aucun enseignement existant. Et le fait est que sa structure est très inhabituelle. Mais beaucoup d'aspects s'en trouvent déjà dans le cours de Polytechnique (Duhamel 1847). Souchon n'indique pas le public auquel il s'adresse. On pense aux étudiants des facultés. Laurent, répétiteur à

12 Voir note 8.

Polytechnique, s'adresse, d'après sa préface "aux personnes qui, n'ayant pas le moyen de consulter un grand nombre d'Ouvrages, ont le désir d'acquérir des connaissances étendues en Mathématiques", formule qui rappelle celle qu'il a utilisée pour sa réédition du Boucharlat ... et qui ne nous avance pas à grand chose. Quant au cours de 1887 de Boussinesq, il porte en sous-titre "à l'usage des personnes qui étudient cette science en vue de ses applications mécaniques et physiques". Il est raisonnable de penser qu'il s'agissait avant tout de ses futurs étudiants de mécanique physique et de physique mathématique. Remarquons que de ces quatre livres, seul celui de Duhamel a connu des rééditions.

Quatre cours de l'Ecole Polytechnique: Sturm, Bertrand, Jordan et Humbert.

Serret, les deux Houël, le premier Demartres (1892), Goursat, Baire et d'Adhémar sont des cours de faculté, ce qui nous en fait sept, dont deux de Paris. A ce groupe se rattache Tannery, qui est la rédaction d'un cours de l'Ecole Normale Supérieure.

Nous passons au groupe plus complexe des traités destinés aux élèves ingénieurs. Collignon et Haag sont des cours des Ponts et Chaussées, le premier Boussinesq (1883) et le deuxième Demartres (1909) des cours de l'IDN et Appell un cours de Centrale. Sonnet est "à l'usage des jeunes gens qui se destinent à la carrière d'ingénieur". A ce groupe, il faut ajouter deux livres à l'usage des ingénieurs eux-mêmes: Pauly et Rouché et Lévy.

Quelque chose ne peut manquer de frapper au point où nous en sommes: tous les archaïsmes de deuxième espèce sont des livres pour ingénieurs présents ou futurs. A l'inverse, un seul livre pour ingénieurs n'en est pas un, le cours de Boussinesq à l'IDN. Mais ce livre exceptionnel a été écrit par un homme exceptionnel.

Le changement de fonction du principe de substitution

L'archaïsme de deuxième espèce caractérise donc les livres pour ingénieurs et il va falloir se demander pourquoi. Il est exclu d'écarter la question en évoquant le profil des auteurs. Certes, Pauly est ingénieur civil, Collignon et Haag sont ingénieurs des Ponts et Chaussées et ont exercé comme tels. Mais Appell et Demartres sont des universitaires, les polytechniciens Rouché et Lévy ont fait toute leur carrière comme professeurs de mathématiques, enfin Sonnet est sorti de l'Ecole Normale

Supérieure et a lui aussi enseigné les mathématiques avant de devenir inspecteur d'académie.

Le phénomène peut avoir des causes générales. D'abord un certain conservatisme, très naturel, de la profession. Les ingénieurs, dont l'influence est déterminante dans les écoles, veulent que leurs futurs collaborateurs disposent des outils mathématiques qui leur paraissent utiles, donc qu'ils connaissent eux-mêmes. Tant il est vrai que "Los únicos conocimientos que no se aplican jamás son los que no se tienen"[13]. Il serait d'ailleurs intéressant de savoir si un phénomène analogue se produit dans d'autres enseignements professionnels. Il y a aussi la nécessité de faire simple.

Ces deux raisons expliquent peut-être le type 1.2; il faut ici être très prudent puisque ce type apparaît avant la période que nous étudions. Elles ne suffisent pas à expliquer le type 2.2 pour un certain nombre de raisons. D'abord nous avons vu que dans ce type le principe de substituttion n'était pas pur et simplement maintenu: sa fonction dans l'exposé scientifique change. Le conservatisme n'explique donc pas tout. Quant à l'argument de simplicité, il aurait plutôt poussé à conserver le type 1.2. Souvenons nous d'ailleurs que les traités de Sonnet et de Pauly ont été réédités jusque vers 1920.

Il s'agit ici d'expliquer le caractère spécifique du type 2.2: le maintien du principe de substitution mais avec une fonction différente de celle qu'il avait dans le type 2.1. Quelle est cette nouvelle fonction? Dans le type 2.1 elle était claire: donner une base rigoureuse à l'exposé mathématique (de façon illusoire, mais la question n'est pas là pour l'instant). Cette fonction peut encore être présente dans la première édition d'Appell, mais elle disparaît ensuite. Elle n'est plus crédible, et d'ailleurs en examinant les ouvrages, on ne voit plus apparaître le principe de substitution dans les démonstrations où il a été repéré par l'analyse des livres de type 2.1.

Sur la nouvelle fonction du principe de substitution, je n'ai rien trouvé d'explicite, sauf chez les Américains, et surtout chez Osgood qui l'appelle d'ailleurs théorème de Duhamel. Dans un article de 1903 intitulé "The integral as the limit of a sum, and a theorem of Duhamel's", il déclare: "A satisfactory treatment of the integral as the limit of a

---

13 "Les seules connaissances qu'on n'applique jamais sont celles qu'on n'a pas" Puig Adams Prólogo al texto *Curso teórico-práctico de Cálculo Integral aplicado a la Física y Técnica* cité par Lusa (1982)

sum is to be found in any standard text-book on the calculus ... The treatment of the application of these theorems to problems in physics and mathematics, both in courses and in text-books on the calculus, is however far from satisfactory, the attitude of the mathematician often being that these applications are without value for mathematics, while for the physicist any reasoning is good enough which in the long run leads to the right formula. To throw rigor to the winds as soon as the hypnotic influence of the environment of a course in pure mathematics ceases is to regard rigor as a frill or as a luxury, as something having at most aesthetic reasons for existence, - not as a habit of thought, of practical value in research work. On the other hand the method to which this paper is devoted offers a valuable means of training students to appreciate the meaning of the integral calculus, and moreover a means which is alike valuable to students of applied and to students of pure mathematics." Cette méthode, qu'il a mise en œuvre dans ses cours américains (Osgood 1907, 1922 et 1925) consiste à introduire d'abord l'intégrale comme limite de sommes et à l'illustrer par de nombreux calculs de volumes (calcul "par tranches"). Dans l'étape suivante, on introduit l'ancienne forme du principe de substitution dont il dit (1903, p.178): "I say a *rigorous* principle, for the principle meets the highest demands for rigor of which the student is capable at this stage." (Ceci est à placer dans le contexte américain, ce même étudiant a pensé l'année précédente, toujours selon Osgood, que sin 2x était égal à 2sinx) Il défendra encore cette position dans une polémique de 1927 qui montre que si sa position était très controversée, elle n'était pas isolée. (Woods 1926 et 1927, Ettlinger 1927, Osgood 1927a et b, Carver 1927, Huntington 1927, Bennett 1927). Suivent des applications explicites à des questions de mécanique. Seuls les étudiants de physique mathématique et d'analyse supérieure verront la forme révisée (comportant une hypothèse d'uniformité) du théorème de Duhamel. Dans l'article de 1903, Osgood applique cette forme révisée à l'attraction gravitationnelle d'une barre. Par rapport à l'utilisation directe de la continuité uniforme, la simplification est minime, si tant est qu'elle existe.

Cet article contient des références à Mansion mais ignore totalement les traités italiens où la critique et la rectification du principe de substitution avaient déjà été faites. Nous avons déjà noté que le maintien du principe dans ces traités pouvait s'expliquer par l'idée qu'il était nécessaire pour les applications mécaniques et physiques. Mais qu'en était-il pour la France? Nous n'avons que des indications indirectes. J'ai examiné la question du centre de gravité dans cinq traités de mécanique: Poinsot (1803) qui a eu au moins douze éditions jusqu'en 1877, Delaunay (1856), Duhamel (1870), Sturm (1861), dont la cinquième édition a connu des tirages en 1905 et 1926, et Appell et Dautheville (1917). On voit que trois de ces traités ont été faits par des auteurs de notre corpus. Poinsot mentionne tout juste la forme intégrale. Pour Delaunay la seule difficulté provient de la nature moléculaire de la matière, il suppose donc chaque molécule étalée dans une petite région d'espace et passe directement à l'intégrale. Duhamel se débarasse de cette difficulté en disant que cela ne change que de quantités insensibles les points d'application des forces. Puis il décompose son corps en "éléments infiniment petits dans tous les sens" et passe à la limite. Le principe de substitution est bien sous-jacent, mais il n'en parle pas; au demeurant l'intégrabilité au sens de Riemann ferait aussi bien l'affaire. Sturm est comme d'habitude le plus clair, le mieux est de le citer (p.36): "Le moment de l'élément $MM'=\Delta s$ par rapport au plan xy, est $\Delta s(z+\alpha)$, α devenant nul en même temps que Δs. En effet, on peut supposer que le point $M'(x+\Delta x,y+\Delta y,z+\Delta z)$ soit assez rapproché du point M pour que l'arc MM' soit entièrement compris entre deux plans parallèles à $x0y$, menés par les points M et M' ; par suite, le z du centre de gravité de ce petit arc sera compris entre z et $z+\Delta z$. On pourra donc le représenter par $z+\alpha$, α étant moindre que Δz.

Donc si l'on désigne par x_1, y_1, z_1, les coordonnées du point G, centre de gravité de CD, on aura:

$$(1) \qquad \lambda z_1 = \Sigma z \Delta s + \Sigma \alpha \Delta s ,$$

de quelque manière que la courbe soit partagée. Cette équation a donc encore lieu quand les éléments analogues à MM' sont infiniment petits et leur nombre infini. Mais on sait que

$$\lim \Sigma \alpha \Delta s = 0 , \qquad \lim \Sigma z \Delta s = \int z \, ds ,$$

donc

$$(2) \qquad \lambda z_1 = \int z \, ds \quad .$$

"

On voit que la référence, d'ailleurs indirecte, au principe de substitution est ici beaucoup plus visible, encore qu'implicite.

Quant à Appell et Dautheville, ils donnent les formules intégrales sans éprouver le besoin de les justifier.

Bilan: pas d'application explicite du principe de substitution, doute sérieux sur sa mise en jeu implicite, sauf chez Sturm.

Plus convaincant est le fait que ce principe a longtemps été maintenu dans les cours de mathématiques générales dont nous avons vu la finalité. Le cas de Lille est particulièrement révélateur parce que nous y disposons d'un ensemble de trois ouvrages autographiés. Nous avons déjà parlé des deux Demartres. Il existe un cours de mathématiques générales de Clairin "professé à la Faculté en 1909-1910 et rédigé par M. Villedieu, surveillant-répétiteur à l'école des Arts et Métiers", donc exactement contemporain du cours de l'IDN de Demartres. L'auteur est entré à l'Ecole Normale Supérieure en 1896, il y a été agrégé préparateur de 1900 à 1902, année où il a obtenu son doctorat. Dans la préface de son traité, Goursat le remercie pour l'aide qu'il lui a apportée dans la correction des épreuves. Il allait être tué au début de la guerre de quatorze. Le premier volume du cours de mathématiques générales "correspond à peu près exactement [sic] au programme de mathématiques de la première année de l'IDN" (préface).Un sujet d'étonnement est qu'une grande partie du cours de deuxième année de cette école fait par Demartres s'y trouve. On trouve aussi chez Clairin une théorie des nombres irrationnels. Le principe de substituttion est donné assez tard et sans application. On a nettement l'impression qu'il l'a fait parce que c'était au programme et il fallait le faire, sans illusion.

Le cours de l'IDN de Demartres apparaît comme très en retard par rapport à Clairin, ce qui pas n'est très étonnant au vu du du passé des deux auteurs, mais aussi, chose beaucoup plus frappante, par rapport à son propre cours de calcul différentiel et intégral, pourtant antérieur de plus de quinze ans. Le principe de substituttion figure au tout début, appuyé par la remarque que dans tout problème où figurent des infiniment petits on n'a à résoudre que des problèmes de limites de rapports ou de sommes. Suit le curieux "théorème" que nous avons déjà mentionné: "Si une fonction $y=f(x)$ est continue, il est impossible que le rappport $\Delta x/\Delta y$ soit toujours nul, ou toujours infini entre a et b ; a et b étant les limites entre lesquelles la fonction est supposée continue." Après la "démonstration", il ajoute: "Donc, quand une fonction est continue dans un intervalle donné, l'accroissement de la fonction et de la variable sont du même ordre, sauf pour certaines valeurs particulières de la variable." Il sera utilisé pour démontrer l'équivalence des longueurs de l'arc et de la corde.

On finit par se demander si les mathématiciens français se sont jamais aperçus que le principe de substitution était trop flou ou faux. Darboux, dans une lettre à Hoüel du 19 janvier 1874, parle bien d'un "théorème sur les sommes qui ne vaut rien" (Gispert 1983, p.90) mais il n'est pas clair que c'est du principe de substitution qu'il s'agit et il n'a pas reproché à Hoüel de l'avoir énoncé et utilisé. S'agissant d'un pilier sur lequel reposaient les traités d'analyse de l'époque, cette absence, ou à tout le moins cette extrême discrétion, est révélatrice. L'est aussi la même absence dans les nombreuses critiques de cours de calcul différentiel et intégral publiées par le *Bulletin des Sciences Mathématiques* sous les signatures de Darboux, Jules Tannery, Hoüel, Bourlet.

Il semblerait que le principe de substitution soit tombé en désuétude, dans les traités des facultés des sciences et de Polytechnique, simplement parce qu'il ne servait plus à rien, sans examen critique. Corrélativement, il apparaît dans les traités pour ingénieurs parce qu'on a le sentiment que sans lui un lien avec les applications est rompu. Mais ce n'est qu'un sentiment et il n'ouvre la voie à aucune réflexion. Personne à ma connaissance ne s'est demandé avant plusieurs décennies si l'intégrale de Riemann pouvait rendre les mêmes services (on sait que la réponse est "oui").

Nous sommes d'ailleurs à un moment, je l'ai souligné ailleurs, où ce lien avec les applications est à la fois critique pour la position institutionnelle des mathématiques en France et particulièrement ténu dans l'activité mathématique elle-même (Zerner 1991). Un examen quelque peu approfondi de la question n'aurait donc pas été sans risque pour la profession.

On peut légitimement penser que la référence philosophique des mathématiciens pour la période qui s'ouvre sera Poincaré. *La science et l'hypothèse* paraît justement en 1902. Or nous y trouvons un grand vide sur le sujet. Plus précisément, un seul passage concerne notre problème:

"La connaissance du fait élémentaire nous permet de mettre le problème en équation; il ne reste plus qu'à en déduire par combinaison le fait complexe observable et vérifiable. C'est ce qu'on appelle l'*intégration* ; c'est là l'affaire du mathématicien.

On peut se demander pourquoi, dans les sciences physiques, la généralisation prend volontiers la forme mathématique. La raison est maintenant facile à voir; ce n'est pas seulement parce que l'on a à exprimer des lois numériques; c'est parce que le phénomèe observable est dû à la superposition d'un grand nombre de phénomènes élémentaires *tous semblables entre eux* ; ainsi s'introduisent tout naturellement les équations différentielles." (Poincaré 1968, p.171)

Au demeurant la lecture de Poincaré confirme de façon éclatante le diagnostic d'Osgood (la rigueur jetée par dessus bord dès qu'on a quitté le domaine des mathématiques pures). A propos d'un problème de probabilités, il écrit incidemment, mais froidement: "... la propriété est vraie non seulement du logarithme , mais d'une fonction continue quelconque, puisque les dérivées de toute fonction continue sont limitées." (*ibidem* p.200)

On cherche d'ailleurs en vain quel livre français on pourrait comparer, fût ce de loin, au Nernst et Schönflies *Einführung in die mathematische Abhandlung der Naturwissenschaften* n (1895). L'ouvrage, dû à la collaboration d'un mathématicien et d'un physicien l'un et l'autre très connu, porte en sous-titre *Kurzgefastes Lehrbuch der differential und integral Rechnung mit besonderer Berücksichtigung der Chemie* . Il est d'une nature très élémentaire et a connu un énorme succès attesté par une onzième édition de 1931.

C'est à une gigantesque panne de la réflexion sur les rapports entre la mathématique et ses applications qu'on semble avoir assisté chez les mathématiciens français à partir de la fin du XIXème siècle.

Annexe 1 : le corpus restreint

$_{3}1887$ signifie "3ème édition en 1887" .
Les dates données correspondent au tome 1 quand il y en a plusieurs.

La liste donnée ici a subi de légères modifications par rapport à celle de Zerner (1986) .

La première génération

LACROIX S.-F. Traité élémentaire du calcul différentiel et du calcul intégral
Paris $_{1}1802$, $_{2}1806$, $_{3}1820$, $_{4}1828$, $_{5}1837$, $_{6}1861$, $_{7}1867$, $_{9}1881$

BOUCHARLAT J.-L. Elémens de calcul différentiel et intégral
Paris $_{1}1813$, $_{2}1820$, $_{3}1826$, $_{4}1830$, $_{5}1838$, $_{6}1852$, $_{7}1858$, $_{8}1881$, $_{9}1891$

Archaïsmes de deuxième espèce

SONNET H. Premiers éléments de calcul infinitésimal à l'usage des jeunes gens qui se destinent à la carrière d'ingénieur
Paris $_{1}1869$, $_{2}1879$, $_{3}1884$, $_{4}1889$, $_{5}1897$, $_{6}1902$, $_{7}1909$, $_{8}1919$

COLLIGNON E. Cours d'analyse de l'Ecole préparatoire à l'externat de l'Ecole des Ponts et Chaussées
Paris $_{1}1877$

PAULY J. Notions élémentaires du calcul différentiel et du calcul ir
Paris $_{1}1887$, $_{3}1920$

Transition entre archaïsmes de deuxième espèce se rattachant à la première et la deuxième génération

HAAG P. Cours de calcul différentiel et intégral
Paris $_{1}1893$

Deuxième génération

DUHAMEL J.-M. C. Eléments de calcul infinitésimal

Paris $_1$1856, $_2$1860, $_3$1874, $_4$1886
STURM C. Cours d'analyse de l'Ecole Polytechnique
Paris $_1$1857, $_2$1863, $_3$1868, $_5$1877, $_7$1884, $_8$1884, $_9$1888, $_{10}$1895, $_{12}$1901, $_{14}$1909, $_{15}$1929
BERTRAND J. Traité de calcul différentiel et de calcul intégral
Paris $_1$1864
SERRET J. Cours de calcul différentiel et intégral
Paris $_1$1868, $_2$1879, $_3$1886, $_4$1894, $_5$1900, $_6$1911
SOUCHON A. Eléments de calcul différentiel et de calcul intégral
Paris $_1$1870
HOUEL J. Cours de calcul infinitésimal professé à la Faculté des s
Paris $_1$1871
HOUEL J. Cours de calcul infinitésimal
Paris $_1$1878
JORDAN C. Cours d'analyse
Paris $_1$1882
BOUSSINESQ J. Cours d'analyse infinitésimale de l'Institut Industriel du Nord
Lille $_1$1883
BOUSSINESQ J. Cours d'analyse infinitésimale à l'usage des personnes qui étudient cette science en vue de ses applications mécaniques et physiques
Paris $_1$1887

Archaïsmes de deuxième espèce

APPELL P. Eléments d'analyse mathématique
Paris $_1$1898, $_2$1905, $_3$1913, $_4$1921, $_5$1937, $_6$1950
ROUCHE E. et LEVY L. Analyse infinitésimale à l'usage des ingénieurs
Paris $_1$1900
DEMARTRES M. Cours de calcul différentiel et intégral
Lille $_1$1909

Transition entre la deuxième et la troisième génération

LAURENT H. Traité d'analyse
Paris $_1$1885
DEMARTRES M. Cours d'analyse
Paris $_1$1892

Troisième génération

TANNERY J. Introduction à la théorie des fonctions d'une variable
Paris $_{1}$1886, $_{2}$1904
JORDAN C. Cours d'analyse
Paris $_{2}$1893, $_{3}$1909
GOURSAT E. Cours d'analyse mathématique
Paris $_{1}$1902, $_{2}$1910, $_{3}$1917, $_{4}$1924, $_{5}$1927, $_{6}$1942
HUMBERT G. Cours d'analyse professé à l'Ecole Polytechnique
Paris $_{1}$1903
BAIRE R. Leçons sur les théories générales de l'analyse
Paris $_{1}$1907
ADHEMAR R. d' Leçons sur les principes de l'analyse
Paris $_{1}$1912

Annexe 2: la grille d'analyse

1. Nombres réels
    - 1.1. Grandeurs
    - 1.2. Vocabulaire (grandeurs, quantités, nombres ...)
    - 1.3. Construction
    - 1.4. Théorème de la borne supérieure

2. LImites
    - 2.1 Définition
        - 2.1.1. Verbale ou formelle (distinguer définition et emploi)
        - 2.1.2. Situer par rapport à fonction continue
        - 2.1.3. Question du point limite
        - 2.1.4. Principe des limites
    - 2.2 Infinitésimaux
        - 2.2.1. Définition
        - 2.2.2. Ordre (en particulier: entier?)
        - 2.2.3. Principe de substitution des infinitésimaux

3. Fonctions continues
    - 3.1. Définition (cf. limites)
    - 3.2. Valeurs intermédiaires
    - 3.3. Borne
    - 3.4. Continuité uniforme
    - 3.5 Groupage et dégagement de ces résultats

4. Dérivée
    - 4.1. Sur exemple ou pas
    - 4.2 Terminologie
    - 4.3 Existence
    - 4.4 Différentielle

5. Monotonie
    - 5.1. Monotonie par morceaux
    - 5.2. Démonstration du rapport avec la dérivée
    - 5.3. Monotonie locale

6. Taylor
    - 6.1. Présence des accroissements finis
    - 6.2. Rolle
    - 6.3. Démonstration

7. Coefficients indéterminés

8. Intégrales
    - 8.1. Définition de l'intégrale
    - 8.2. Longueur d'un arc de courbe
    - 8.3. Intégrale double

Annexe 3: les auteurs et leurs livres

Les notices qui composent cette annexe, de longueurs très inégales sont classées par ordre alphabétique des auteurs. Chacune comporte tout ou partie des rubriques suivantes:

Une biographie de l'auteur centrée sur l'aspect institutionnel.

Le livre: titre exact, éditions, traductions recensées, prix quand il est connu.

Des notices biographiques sur les auteurs secondaires (préfaciers, responsables de rééditions ...) quand il y en a.

Autour du livre: les critiques connues (cette rubrique est sans doute très incomplète).

Particularités: cette rubrique peut contenir des éléments assez variés portant aussi bien sur la forme que sur certains aspects du contenu qui n'ont pas trouvé leur place dans le corps de l'article.

Du même auteur: des indications sur ses autres publications didactiques.

Les abréviations utilisées sont les suivantes:

Bull. Sc. Math : Bulletin des Sciences Mathématiques
DSB : *Dictionary of scientific Biographies* , normalement suivi du nom de l'auteur de l'article
Pog. : Poggendorf

ADHEMAR

Descendant d'une des plus anciennes familles de la noblesse provençale, le Vicomte Robert d'Adhémar est né en 1874 à Saint Hippolyte-du-Fort (Gard). Il est devenu ingénieur des Arts et Manufactures, ce qui semble vouloir dire qu'il est passé par Centrale, mais ce n'est pas clair. Il a étudié les mathématiques en autodidactique et soutenu en 1904 une thèse préparée sous la direction de Picard. Il a été professeur de calcul différentiel et intégral à la Faculté Libre (catholique) des Sciences de Lille et à l'IDN.

(Pog. 5-6 et divers recoupements)

Le livre
Leçons sur les principes de l'analyse par R. d'Adhémar, professeur à la Faculté Libre des Sciences de Lille, Tome I Séries.- Déterminants.- Intégrales.- Potentiels. Equations intégrales. Equations différentielles et fonctionnnelles. Gauthier-Villars, Paris 1912.

Particularités
Livre à surprises, d'abord par son plan. Quoiqu'il présente toutes les caractéristiques de la troisième génération, on trouve des phrases comme la suivante: "Un infiniment petit est un nombre sans cesse décroissant et s'approchant sans cesse de zéro." On trouve aussi des références surprenantes; ainsi la remarque que le théorème de Rolle n'exige pas la dérivabilité aux extrémités de l'intervalle est elle attribuée à Andoyer (on se rappelle qu'elle est déjà dans le cours de Serret publié quand Andoyer avait six ans). Sans doute ces singularités s'expliquent elles par la formation mathématique de l'auteur.

Du même auteur un *Calcul numérique* en collaboration avec R. de Montessus (Doin 1911), des *Eléments de mécanique à l'usage des ingénieurs* (1921-23), des *Exercices et leçons d'analyse* (1908).

APPELL

Paul Appell est né en Alsace en 1855. Entré à l'Ecole Normale Supérieure en 1873, il y est agrégé préparateur en 1875-77. Après quelques années comme maître de conférences à Dijon, il est nommé dans la même fonction à l'Ecole Normale Supérieure. Il y restera jusqu'à sa nomination comme professeur à la Sorbonne en 1885.

Elu à l'Académie des Sciences en 1892, il sera doyen de 1905 à 1920 et recteur de l'académie de Paris de 1920 à 1925.

Il est mort en 1930.

Il a épousé Amélie Bertrand, fille d'Alexandre Bertrand, le frère de Joseph. Sa fille Marguerite, connue sous le nom de plume de Camille Marbo a épousé Emile Borel.

(Parmi les très nombreuses publications où on trouve des informations biographiques sur Paul Appell, détachons l'article du DSB dû à Kenneth May, les lettres de Hermite à Mittag-Leffler publiées dans les *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques* (Université Paris 6) et le livre de Camille Marbo (1968).)

<u>*Le livre*</u>

Eléments d'analyse mathématique à l'usage des candidats au certificat de mathématiques générales, des ingénieurs et des physiciens, (Cours professé à l'Ecole centrale des Arts et Manufactures) par Paul Appell Membre de l'Institut, Doyen de la Faculté des Sciences 3ème édition entièrement refondue 1913 Gauthier-Villars Paris

La première édition, de 1898, est publiée chez Carré et Naud; la mention des candidats au certificat de mathématiques générales manque dans les deux premières éditions. La deuxième édition est de 1905, la quatrième de 1921. Les cinquième (1937-38) et sixième (1950-51) éditions portent la mention "d'après les cours professés à l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures, entièrement refondue par Georges Valiron".

Prix: 24F pour la troisième édition.

Traduction russe (Moscou, éditions techniques d'Etat, 1923)

<u>*Autour du livre*</u>

Recension très élogieuse de C. Bourlet dans *Bull. Sc. Math.* 1899 p.136-139. Pour la deuxième édition, très courte et très élogieuse notice signée J.G. dans *Bull. Sc. Math.* 1905, p.96. On y relève la phrase "On sait avec quel succès M. Appell a introduit à la Sorbonne le Cours de mathématiques à l'usage des ingénieurs et des physiciens." (Je n'ai pas réussi à décrypter les initiales.)

Particularités

En dehors de ce qui a été dit, on est surtout frappé par l'aspect encyclopédique de l'ouvrage.

Du même auteur un *Cours de mécanique à l'usage des candidats à Centrale* (1902) devient "à l'usage des élèves de mathématiques spéciales" dans la deuxième édition (1905); il y en aura au moins quatre jusqu'en 1921. Le *Cours de Mécanique de la Faculté des Sciences*, publié à l'origine en quatre volumes à partir de 1893 est célèbre, l'un des volumes a atteint une sixième édition en 1952. Appel et Dautheville (1917) a eu une cinquième édition en 1934. Des *Eléments de la théorie des vecteurs et de la géométrie analytique*, publiés chez Payot en 1921 ont été réédités par Gauthier-Villars en 1930. Enfin des *Leçons de mécanique élémentaire*, à l'usage des classes de première de Paul Appell et J. Chappuis ont connu diverses éditions de 1905 à 1930.

BAIRE

René Baire est né en 1874 à Paris. Après avoir été élève de l'Ecole Normale Supérieure où il est entré en 1892, il a été successivement professeur de mathématiques spéciales à Troyes (1895-96) et Bar-le-Duc (1896-97). En congé l'année suivante, il obtient une bourse d'étude pour aller travailler en Italie avec Volterra. A son retour il reprend son poste à Bar-le-Duc et soutient sa thèse en 1899 à Paris (jury: Appell, Picard et Darboux). Après un nouveau poste au lycée de Nancy cette fois, il est nommé en 1901 maître de conférences à la Faculté des Sciences de Montpellier. En 1905 il succède à Méray dans la chaire de calcul différentiel et Intégral de Dijon. Fragile, sujet à des crises de neurasthénie, il a eu dès son retour d'Italie beaucoup de mal à assurer son enseignement et sa puissance de travail était limitée. Il sera élu membre correspondant de l'Académie des Sciences en 1922 et mourra en 1932.

(DSB: Costabel, P. Dugac a publié, avec de nombreuses notes quelques lettres à Baire (*Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques* , Université Paris 6, I(1980), les lettres de Baire à Borel(*ibidem* XI(1990) et un article biographique (Dugac 1976); dans les cas de divergence, j'ai suivi Dugac.)

Le livre

Leçons sur les théories générales de l'analyse par René Baire, professeur à la Faculté des Sciences de Dijon (surtitre: cours d'analyse de la Faculté des sciences de Dijon), Gauthier-Villars, Paris

Tome I: Principes fondamentaux - Variables réelles 1907
Tome II: Variables complexes - Applications géométriques 1908

<u>*Autour du livre*</u>

Longue recension du tome I par E. Lacour dans le *Bulletin des Sciences Mathématiques* de 1907, p.237-242. Elle rapporte surtout le traitement des intégrales doubles (changement de variables) et de l'aire des surfaces. Le même Lacour rend compte du tome II dans le volume de 1908 (p.258-263).

Compte-rendu de R. Bricard dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* 7(1907) p.508-512 et 10(1910) p.381-384.

<u>*Particularités*</u>

"... limitation dans le choix des sujets, recherche de la rigueur dans l'établissement des principes." Cette expression tirée de la préface donne assez bien le caractère du livre. Il suffit au demeurant de lire la division des matières entre les deux tomes donnée ci-dessus pour se persuader de l'originalité du plan.

Signalons aussi que c'est dans l'étude des séries de fonctions (rejetée au début du tome II) qu'est introduite l'expression *normalement* convergente ("... j'espère qu'on voudra bien excuser cette innovation." dit Baire dans la préface.)

Dans une lettre à Borel, Baire annonce que la connaissance du contenu de son livre serait une condition nécessaire et suffisante pour aborder les ouvrages de la collection de monographies sur la théorie des fonctions dirigée par son correspondant (lettre du 9 juin 1906).

<u>*Du même auteur*</u> un opuscule intitulé *Théorie des nombres, irrationnels, des limites et de la continuité* publié en 1905 chez Vuibert et Nony a connu plusieurs rééditions.

BERTRAND

Joseph Bertrand est né à Paris en 1822. Son père, médecin, vulgarisateur scientifique et saint simonien, était entré à Polytechnique en 1814 avec Duhamel qui épousa sa sœur. Joseph Bertrand fut d'ailleurs confié à la famille Duhamel après la mort de son père en 1831. Il entra à Polytechnique en 1839. A sa sortie, il passa l'agrégation. Jusqu'en 1852 il est professeur aux lycées Saint Louis puis Henri IV. Il ajouta à cela à partir de 1844 des fonctions de répétiteur à Polytechnique et à partir de 1846 de maître de conférences à l'Ecole Normale supérieure. En 1856 il fut nommé professeur d'analyse à Polytechnique et élu à l'Académie des

Sciences. En 1862, il fut nommé professeur au Collège de France. En 1874, il devint secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, et enfin en 1884, membre de l'Académie Française. C'est la carrière la plus sensationnelle qu'un mathématicien français ait connue depuis Laplace à nos jours. Joseph Bertrand a aussi été professeur à la Sorbonne. Il est mort en 1900.

La sœur de Joseph Bertand épousa Hermite. Donc, Duhamel était son oncle, Hermite son beau-frère, Picard et Appell les maris de ses nièces, Borel celui de sa petite-nièce.

(On trouvera plus de détails dans Zerner (1991) où sont aussi données les références.)

<u>Le livre</u>

Traité de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral par J. Bertrand, Membre de l'Institut, Professeur à l'Ecole Impériale Polytechnique et au Collège de France, Gauthier-Villars successeur de Mallet-Bachelier, Paris

1er volume *Calcul Différentiel* 1864

2ème volume *Calcul Intégral* 1870

Exergue: *Ptolemæus rex quæsisse ex Euclide dicitur, essetne aliqua regia ad Mathesin via, id est plana facilisque: negavit Euclidis, sed eam hodie novis detectis methodis aperuimus* (G.G. Leibnitz)

<u>Autour du livre</u>

Darboux (1870a) revient de façon très élogieuse sur le tome 1.

<u>Particularités</u>

Une préface de 44 pages contient beaucoup de considérations historiques. Pour Bertrand le problème de la rigueur dans le calcul infinitésimal semble réglé avec le traité du Marquis de l'Hospital.

Au tout début du livre figure le "théorème" suivant: "Soit $\phi(x)$ une fonction quelconque d'une variable x ; si l'on donne à x un accroissement infiniment petit h , l'accroiseement infiniment petit correspondant de la fonction, $\phi(x+h)-\phi(x)$, est un infiniment petit de premier ordre, et il ne peut y avoir exception que pour des valeurs particulières de la variable x ."

De façon générale, la logique de Bertrand est particulièrement grossière.

Du même auteur un *Traité d'arithmétique* paru en 1849 a une douzième édition en 1901. Un *Traité élémentaire d'algèbre* paraît en 1850. Un *Traité d'algèbre* comprenant une partie élémentaire et une partie de mathématiques spéciales a une deuxième édition en 1855 mais il se peut que le précédent soit considéré comme la première. La troisième "mise en harmonie avec les derniers programmes officiels par J. B. et Henri Garcet" paraît en 1863 et une 19ème en 1908. Ces ouvrages sont publiés chez Hachette.

BOUCHARLAT

Jean-Louis Boucharlat est né en 1775 à Lyon. Admis à Polytechnique sous le consulat, il enseigne les mathématiques à l'école communale de Lyon (?). Il retourne à Paris comme répétiteur à Polytechnique, poste dont il démissionne avant d'être nommé professeur de mathématiques transcendantes au Prytanée de La Flèche. Sous la restauration, il abandonne toute fonction officielle et enseigne la littérature à l'Athénée (on lui doit entre autres œuvres un poème sur la mort d'Abel, pas le mathématicien, l'autre, et des comptes-rendus de salons de peinture en vers). Mort en 1869. (Voir aussi Mathon de Fogères aux auteurs secondaires.)

(Source principale: Prévost et Roman d'Amat (1954), tome 6, article de St Le Tourneur, ingénieur à Versailles ; d'après la *Nouvelle Biographie Universelle* , il existe une notice biographique de E. de Monglave 1846, *Moniteur* de 1848 p. 43; Alcouffe (1987) se réfère de plus à la *Grande Encyclopédie* (1893) et au *Dictionnaire de Biographie Française*)

Le livre

Elémens de calcul différentiel et de calcul intégral par J.-L. Boucharlat, Docteur ès-Sciences, Membre de la Société philotechnique, de la Société Royale académique des Sciences, de l'Athénée des Arts, et des Académies de Rouen, de Bordeaux, Nismes, etc. seconde édition considérablement augmentée, Veuve Courcier, 1820

1ère édition: 1813 chez Béchet
2ème édition: 1820 Veuve Courcier prix: 6F
3ème édition: 1826 Bachelier
4ème édition: 1830
5ème édition: 1838
6ème édition, publiée par Mathon de Fogères (toujours chez Bachelier): 1852
7ème édition: 1858 Mallet-Bachelier
8ème édition revue et annotée par H. Laurent: 1881 Prix: 8F
9ème édition: 1891 Gauthier-Villars

Il existe une réimpression de 1926.

Traduction anglaise: *An elementary treatise on the differential and integral calculus* translated from the French by R. Blakelock, Grant, Cambridge 1828

Traduction allemande: *Anfangsgründe der Integral- und Differenzialrechnung* aus dem Französischen übersetzt von F. J. Göbel, Andraeischen Buchhandlung, Francfort 1823

Traduction espagnole: *Elementos de Cálculo diferencial e integral* traducido por E. de la Cámara, Madrid 1850

Il existe une traduction russe et en plusieurs autres langues.

Auteurs secondaires

Hermann Laurent *quum vides*

Mathon de Fogères se présente comme le gendre de Boucharlat; il est chevalier de la légion d'honneur, membre du conseil général de la Loire et de la société philotechnique. La *Nouvelle Biographie Générale* connaît un Henri-Napoléon Mathon de Fogères né en 1806 à Bourg-Argental (Loire) apparemment d'une famille de la ci-devant noblesse de robe, avocat à Paris en 1831, maire de sa ville natale en 1844 et député en 1846 (opposition modérée), auteur de deux livres politiques généraux. Il existe une épître à Mathon de la Cour (qui pourrait être l'oncle du précédent) lue par Boucharlat à l'Académie de Lyon.

Autour du livre

Notice sur la traduction allemande dans la *Leipziger Literatur Zeitung* 168(juillet 1828) p.1343-1344.

Alcouffe (1987)

Particularités

La première édition est un volume assez mince (256p.). Elle est adoptée pour l'enseignement: il y avait à l'époque des manuels officiels (Dhombres 1985). La deuxième édition est beaucoup plus épaisse et publiée, ainsi que les suivantes, chez l'éditeur qui deviendra Gauthier-Villars.

Les éditions suivantes ne présentent plus que des modifications mineures, les sixième et septième, posthumes, reproduisant exactement la cinquième. Il semble aussi que Laurent n'ait pas modifié l'ouvrage entre la huitème (que je n'ai pas pu me procurer) et la neuvième. Par contre il a modifié la huitième sur plusieurs points (usage du mot "dérivée" en même temps que coefficient différentiel, introduction des infinitésimaux, démonstration de la formule de Taylor ...) la rendant plus proche des ouvrages de la deuxième génération, sans qu'elle puisse s'y rattacher.

Dans sa préface (à partir de la deuxième édition), Boucharlat dit qu'il n'y a pas de raison de choisir entre la méthode des limites, celle des infiniment petits et celle de Lagrange "qui n'en forment au fond qu'une seule". Mais en fait son exposé est nettement inspiré par Lagrange avec un usage assez systématique des coefficients indéterminés dans des objets dont il est difficile de dire s'il s'agit de développements en séries ou de développements limités. Le livre s'ouvre sur une définition "plus lagrangienne que Lagrange": "On dit qu'une variable est fonction d'une autre variable, lorsque la première est égale à une certaine expression analytique de la seconde; ..."

Une exposition très claire explique sans doute en partie le succès du livre. De très nombreux exemples sont développés dans tous les détails. Au début, il y a plus: d'abord un exemple, parfois deux, puis la théorie, puis encore un exemple. Cela dit, le public des éditions tardives du Boucharlat reste un mystère. Laurent, dans sa préface à l'édition de 1881, affirme que "cet Ouvrage, déjà ancien, est toujours recherché par les étudiants." Pourtant, nou)s avons vu qu'il ne contenait pas assez de géométrie différentielle pour traiter les problèmes qui étaient, depuis de nombreuses années, posés à l'écrit de la licence. Et que dire du tirage de 1926?

Rappelons qu'on connaît cependant au moins un lecteur assidu de Boucharlat: Karl Marx dont il a été la principale lecture mathématique comme l'attestent de nombreuses notes des *Cahiers mathématiques* et le fait qu'on retrouve presque mot pour mot un passage de Boucharlat dans un de ses deux essais sur la différentielle.

On retrouve la lecture du même passage dans une remarque de Mansion citée par Guitard (1986).

<u>Du même auteur</u> une *Théorie des courbes du second degré* qui a connu trois éditions de 1807 à 1845. Mathon de Fogères mentionne aussi un traité de mécanique dont je n'ai pas trouvé de trace.

BOUSSINESQ

Valentin Joseph Boussinesq est un personnage peu ordinaire. (Le prénom utilisé dans les milieux scientifiques est Joseph mais Valentin semble avoir été plus usuel dans son village natal où existe en particulier une place Valentin Boussinesq.) Il est né en 1842 à Saint

André-de-Sangonis (Hérault) dans une famille de petits propriétaires viticulteurs. Un arbre généalogique encore conservé aujourd'hui atteste sa présence depuis le XVIIème siècle. Un oncle, curé dans un village voisin, a beaucoup contribué à l'éducation de Boussinesq enfant puis adolescent, ainsi que l'instituteur de Saint André. Ses biographes rapportent que, encore enfant, lors de ses baignades dans l'Hérault il se faisait expliquer par cet instituteur les mouvements de l'eau. Notation frappante quand on sait le caractère très concret des problèmes sur lesquels il a fait porter ses recherches.

Après un an d'études au petit séminaire de Montpellier, il suit à la faculté des sciences de la même ville les cours d'Edouard Roche auquel il a voué une grande admiration. A 19 ans, trois ans seulement après avoir quitté son village, il est bachelier ès sciences et ès lettres, licencié ès sciences. Il est nommé professeur de mathématiques aux collèges d'Agde (1862), Le Vigan (1863), enfin Gap à partir de 1865. Il avait déjà envoyé à l'Académie des Sciences un mémoire sur la capillarité. En 1867, il soutient sa thèse de doctorat devant la Faculté des Sciences de Paris.

Les débuts de son séjour à Gap sont marqués par son mariage avec une demoiselle de La Roque, de petite noblesse de Mende et par la rencontre avec Barré de Saint Venant qui sera l'artisan de sa carrière."Toujours ardent pour son Boussinesq", comme l'a écrit Joseph Bertrand[14], il réussira à le faire nommer professeur de calcul différentiel et intégral à Lille en 1873 et à le faire élire à l'Académie des Sciences en janvier 1886. Il ne devait d'ailleurs pas voir ce succès final: Saint Venant est mort deux jours après le comité secret qui présentait Joseph Boussinesq en première ligne, quinze jours avant l'élection définitive, sans doute d'un froid pris en se rendant à une des séances précédentes (il habitait loin de Paris et à 88 ans on est souvent fragile). Bien des affinités rapprochaient les deux hommes: un goût pour le même type de problèmes, un catholicisme des plus actifs, à quoi on peut ajouter que Boussinesq a épousé deux femmes nobles (Constance de la Roque étant morte, il s'est marié avec une comtesse Onfroy de Vérez, celle-ci morte à son tour, il y eut un mariage tardif avec une dame Le Bouteiller qui aboutit à une séparation).

La même année 1886 il est nommé professeur à la Sorbonne. Il restera à Paris jusqu'à sa mort en 1929.

---

[14] Lettre à J.-B. Dumas déposée dans le dossier Bertrand aux Archives de l'Académie des Sciences.

Pendant son séjour à Lille, Boussinesq a publié la *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale.* d'abord comme un mémoire présenté à la Société des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille, puis par l'Académie des Sciences Morales et Politiques avec un rapport très élogieux de Paul Janet, une sommité de la philosophie française de l'époque. Des critiques virulentes de Joseph Bertrand contrastent avec cet accueil bienveillant, pour ne pas dire enthousiaste, des philosophes. En tout cas, Boussinesq se tiendra aux idées qui y sont exprimées puisqu'il le fera réimprimer en épilogue de son *Cours de Physique Mathématique* et rééditer jusqu'à la veille de sa mort. Nous reviendrons sur cet écrit, surtout sur des notes qui éclairent ses cours de calcul différentiel et intégral. Il a été complété par une brochure *Sur divers points de la philosophie des sciences* (Boussinesq 1879).

(Blaquière (1930), Douysset (s.d.), Charle et Telkès (1989) complétés par le dossier Boussinesq des Archives de l'Académie des Sciences et quelques informations dues à l'amabilité de Mme Boussinesq-Billot, petite nièce de J.B.; la notice historique de Picard (1934) utilise également Blaquière et surtout Douysset; l'article du DSB dû à Lucienne Félix se contente de la résumer en y ajoutant quelques erreurs; la Bibliothèque de l'Institut de France comporte un important fonds Boussinesq (manuscrits 4221 à 4229) dans lequel il faudrait faire le tri entre ce qui concerne à proprement parler Boussinesq et les papiers venant de Saint Venant; on trouvera plus de détails dans Zerner (à paraître).)

Le livre

Cours d'analyse infinitésimale de l'Institut Industriel du Nord par M. J. Boussinesq professeur à la Faculté des Sciences de Lille et à l'Institut Industriel. Danel Lille 1883. Manuscrit lithographié. En note p.1 "rédigées d'après les notes prises en 1879 par les élèves".

Particularités : elles seront étudiées simultanément pour les deux ouvrages.

Le livre

Cours d'analyse infinitésimale à l'usage des personnes qui étudient cette science en vue de ses applications mécaniques et physiques par J. Boussinesq, Membre de l'Institut, Professeur de Mécanique physique à la Faculté des Sciences de Paris, Ancien Professeur de Calcul différentiel et intégral à la Faculté des Sciences de Lille et à l'Institut industriel du Nord. Gauthier-Villars, Paris

Tome I *Calcul différentiel* 1887

Tome II *Calcul intégral* 1890

Il existe une traduction russe (Moscou 1899)

Autour des livres

Pas de recension repérée. En particulier le *Bull. Sc. Math.* n'a consacré de notice à aucun des deux ouvrages.

Particularités

Le cours de 1883 est divisé en leçons.

La présentation du traité de 1887 est originale. Il est divisé en leçons et en paragraphes les unes et les autres numérotés du début du tome I à la fin du tome II. Chaque tome est divisé en deux "fascicules", un fascicule élémentaire et un de compléments, paginés à part mais imprimés et reliés ensemble. Dans le fascicule élémentaire et la table des matières figurent tous les titres des paragraphes. Mais certains (à l'occasion une leçon entière) sont précédés d'un astérisque qui renvoie au fascicule de compléments où figure le texte.

L'avant-propos insiste surtout sur l'orientation pratique de l'ouvrage. On y lit en particulier: "... s'il a paru plus ou moins récemment parmi nous de savants et beaux Traités de Calcul différentiel et intégral, aucun de leurs éminents auteurs ne s'est proposé de mettre cette science,ou plutôt la partie de cette science qui a reçu et reçoit tous les jours de [sic] applications physiques et industrielles, à la portée d'un grand nombre de praticiens ou d'expérimentateurs n'ayant qu'une légère teinture de Mathématiques spéciales ....". Pourtant le manuel de 1883 faisait référence au cours de mathématiques spéciales; Boussinesq s'était-il aperçu entretemps qu'une partie de ses étudiants ne l'avait pas suivi? Cette orientation ne se marque pas dans le contenu des deux ouvrages, qui est celui de tous les cours de l'époque. Le traité de 1887 y ajoute un certain nombre de résultats personnels de l'auteur dont le traitement de l' "onde solitaire"; physiquement il s'agit du soliton mais le traitement est purement mathématique de sorte que la mise en équation n'y figure pas (on sait que ce n'est pas celle de Korteweg-de Vries). En fait, c'est dans l'exposé des fondements de l'analyse qu'on trouve la référence à la physique. Ici et par la suite ce que je dis s'applique à des détails près aux deux ouvrages.

Boussinesq fait, et il le revendique, un très large appel à l'intuition. Les mots "on conçoit", "on imagine", se trouvent bien plus fréquemment que "on démontre". Le lecteur a vite fait d'en conclure à une absence de rigueur, voire à un parti pris contre elle. Ce serait se méprendre sur la philosophie des mathématiques de Boussinesq. Signe clair qu'il se soucie de rigueur, il est, avec le deuxième Jordan, le seul de nos auteurs à éprouver le besoin de justifier l'existence de l'aire limitée par une courbe; qu'il n'ait pas les moyens conceptuels et techniques de le faire correctement n'est pas ici la question. Mais il avait de l'intuition et de son rapport à la rigueur une conception différente de celle des autres mathématiciens. Il faut d'abord se pénétrer de l'idée que la mathématique était pour lui, dans un sens très fort, science du réel. Il n'ignorait ni les géométries non euclidiennes, ni l'existence de fonctions sans dérivées (il semble qu'il s'agisse de la construction de Hankel). Mais pour lui ces questions relèvent de la logique, pas de la mathématique. Le rapport de celle-ci au réel se présente de la façon suivante. Le calcul des phénomènes suppose qu'on ait une représentation claire et précise des grandeurs. Cette représentation ne peut pas se former sans la perception sensible. Mais elle ne peut pas se former uniquement sur sa base. Il faut la prolonger par un raisonnement sur des expériences conçues mais irréalisables. Et on peut être assuré que les déductions faites sur cette nouvelle base nous font connaître des propriétés schématiques mais vraies du monde réel. On comprend mieux maintenant des expressions comme "... on peut toujours construire par la pensée et il existe en conséquence..." (1883, leçon 26).

Ainsi dans ses cours, Boussinesq se limite aux fonctions qu'il appelle graduellement variables et que nous appelons lipschitziennes, encore qu'il semble (question d'interprétation) les considérer comme dérivables. Pour justifier cette limitation, il s'appuie justement sur une de ces "expériences en pensée". Dans ses écrits philosophiques, il a donné une justification supplémentaire, à savoir que toute fonction continue peut être approchée d'aussi près qu'on veut par une fonction k fois dérivable. Ce résultat (original à l'époque puisque le théorème de Weierstrass date de 1885) est démontré correctement par convolution.

Une autre formule frappante qu'on trouve chez Boussinesq est "la différentielle ne se distingue pas *actuellement* d'une différence finie très petite, elle n'en diffère que par l'*intention* où l'on est de la faire tendre vers zéro." J'ai du mal à la rattacher à ses positions philosophiques.

<u>Du même auteur</u> des *Leçons synthétiques de mécanique générale* (1889) et un *Cours de physique mathématique* en trois tomes publié à partir de 1901 et réédité plusieurs fois. En particulier le tome III *Compléments aux théories de la chaleur, de la lumière etc. Aperçu de philosophie naturelle* connaît une deuxième édition en 1921 et une cinquième en 1928.

COLLIGNON

Edouard (Charles Romain) Collignon est né en 1831 à Laval. Selon toute vraisemblance, son père était Charles-Etienne Collignon, un ingénieur des Ponts et Chaussées qui devait devenir conseiller d'Etat en 1872.

Edouard Collignon entre à Polytechnique en 1849 et en sort dans les Ponts et Chaussées. De 1855 à 1857 il est affecté à la ville de Paris pour laquelle il étudie un projet de dérivation des eaux de la Dhuis et de la Somme-Soude. De 1857 à 1862, il est à la Grande Société des Chemins de Fer Russes, créée par les Péreire. Après une année de service des Ponts et Chaussées dans le Morbihan, il revient en 1863 à Paris où il enseigne comme répétiteur de mécanique à Polytechnique et sans doute aussi dans une fonction subalterne à l'Ecole des Ponts et Chaussées. Il y est en 1866 professeur adjoint puis (1883) titulaire de mécanique appliquée. C'est de 1875 à 1879 qu'il est professeur d'analyse et de mécanique à l'Ecole préparatoire à l'externat. En 1879, il devient inspecteur de l'Ecole des Ponts et Chaussées.

Un Collignon a été vice-président du Conseil des Ponts et Chaussées en 1871-72; je n'ai pas pu éclaircir s'il s'agissait du nôtre ou, plus probablement, de son père.

Je n'ai pas trouvé la date de décès de Collignon, postérieure à 1900 où il figure sur la liste des membres de la Société Mathématique de France dont il faisait partie depuis sa fondation en1872.

(Vapereau (1893), Collignon (1883), archives de l'Ecole Polytechnique, Fichet-Poitrey (1982), Brunot et Coquand (1982); ces derniers amalgament les biographies du père et du fils ce qui explique mes hésitations.)

Le livre
Cours d'analyse de l'Ecole préparatoire à l'externat de l'Ecole des ponts et chaussées par Edouard Collignon, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Dunod, Paris 1877

Particularités
L'hypothèse de monotonie par morceaux est implicite. La définition de l'intégrale définie comme limite de sommes se justifie par une démonstration qui est, dans son principe, celle qu'on utilise aujourd'hui pour montrer qu'une fonction monotone est intégrable. Comme

Boucharlat, Collignon énonce (sous un autre nom) et utilise à l'occasion le principe des coefficients indéterminés.

Du même auteur un *Cours de mécanique appliquée aux constructions* (Dunod 1870, 2ème édition 1880), un *Cours élémentaire de mécanique* destiné à l'enseignement secondaire spécial publié chez Hachette à partir de 1868, une *Théorie élémentaire des poutres droites* (Dunod 1865) et un *Traité de mécanique* chez Hachette à partir de 1873 (4ème édition en 1903). Enfin signalons un ouvrage de vulgarisation: *Les machines* (Hachette, Bibliothèque des Merveilles, 1873, 4ème édition 1890).

DEMARTRES

Gustave Léon Demartres est né en 1848. Il est professeur de collège en 1868, obtient son doctorat en 1885 à Paris. Chargé du cours de mécanique à la Faculté des Sciences de Lille la même année, il y devient en 1886 professeur de calcul différentiel et intégral, fonction qu'il aurait occupée jusqu'à sa mort en 1919. Il a été doyen de 1888 à 1894.

(Pog., Dictionnaire de Biographie Française St. Le Tourneur)

Le livre

Cours d'analyse 1890-91 professé par M. Demartres et rédigé par M. E. Lemaire Hermann, Paris 1892 (autographié)

Autour du livre

Notice élogieuse signée E.G. (Edouard Goursat) dans *Bull. Sc. Math.* 1893 p.233-237.

Critique de E. Lampe dans le *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* 36(1905) p.345.

Particularités

Le cours de Demartres comprend un traitement des fonctions continues. Sa principale différence avec un traité (abrégé) de la troisième génération est l'absence d'une construction des irrationnels. Cette absence est palliée par la convergence (admise) des suites monotones bornées. Une référence à Darboux (1872) pour l'existence du maximum d'une fonction continue éclaire la genèse de cette façon de faire.

Le livre

Institut Industriel du Nord. Cours de calcul différentiel et intégral professé par M. Demartres professeur à la faculté des Sciences de Lille.

Rédigé par M. Lunot, élève de 2ème division de Génie civil Janny, Lille 1909 (autographié).
Prix: 15F.

Particularités analysées dans le corps de l'article.

Du même auteur des *Leçons de géométrie différentielle.*

DUHAMEL

Jean-Marie (Constant) Duhamel est né en 1797 à Saint Malo. Il est entré à Polytechnique en 1814 mais sa promotion a été limogée en 1816. Il a fait alors des études de droit à Rennes. En 1826 il a passé l'agrégation, alors qu'il enseignait les mathématiques à l'institut Massin à Paris. De 1826 à 1829 il est professeur à Louis le Grand, puis fonde la classe de Mathématiques Spéciales l'institution Sainte Barbe. A partir de 1831 il assure à Polytechnique une succession de fonctions dont la nature et la chronologie exactes sont difficiles à démêler. Ce qui est clair, c'est qu'il a occupé le poste clef de directeur des études de 1844 à 1851 et qu'en 1851 il a succédé à Liouville comme professeur d'analyse. Il a été élu à l'Académie des Sciences en 1840. Il est mort en 1872.

(DSB: Ostrovski, registre des enseignants de l'Ecole Polytechnique, *passim* , voir aussi à Bertrand)

Le livre

Eléments de calcul infinitésimal Mallet-Bachelier, Paris 1856, 2 volumes.

2ème édition 1860-61
3ème "revue et annotée par M.J. Bertrand" 1874-76
4ème 1886-87, prix: 15F les deux volumes

Autour du livre

Recension signée G.D. (Gaston Darboux) dans le *Bull. Sc Math.* XI (1876) p.241-244. Elle témoigne avant tout de l'influence que Duhamel a eue sur les mathématiciens de l'époque. Sur le livre lui-même on peut retenir les deux jugements suivants. "C'est justement l'emploi des infiniment petits, concilié avec la rigueur dans les raisonnements, qui constitue le mérite du mode d'exposition auquel s'est arrêté M. Duhamel. ... Une portion du premier volume conservera toujours, selon nous, son intérêt, son utilité et sa valeur: c'est le Livre I qui est consacré à l'exposition et à des applications directes de la méthode infinitésimale proprement dite , et où l'auteur, en la séparant nettement des règles du

Calcul différentiel et intégral, en fait mieux comprendre l'utilité et le véritable caractère."

Particularités

De notoriété publique, Duhamel est le fondateur de la deuxième génération. Mais de quel livre de Duhamel s'agit-il? La deuxième édition du cours de Polytechnique (Duhamel 1847) est déjà un livre de la deuxième génération. Petit mystère: je n'ai jamais trouvé la moindre trace de la première édition pour laquellle Guitard(1986) donne les dates de 1840-41. Duhamel y fait une allusion dans l'avertissement: "Dans la première édition de ce cours, nous avons considéré les différentielles comme les accroissements infiniment petits des variables; dans celle-ci nous les considérons, non comme les accroissements eux-mêmes, mais comme des quantités dont les rapports sont égaux aux limites des rapports de ces accroissements." Ce serait donc entre la première et la deuxième édition que l'auteur aurait modifié l'exposé des fondements du calcul infinitésimal.

Darboux, dans l'article dont je viens de parler, semble considérer les *Eléments* comme une édition modifiée de ce cours. Pourtant, alors que le *Cours* a la structure habituelle, celle des *Eléments* est complètement différente. Deux parties, correspondant aux deux volumes, chacune divisée en deux livres: Livre I "Des quantités considérées comme limites", Livre II "Des limites de rapports. Calcul diférentiel", Livre III "Des limites de sommes. Calcul inverse du calcul différentiel", Livre IV "Intégration des équations différentielles".

La préface l'annonce d'ailleurs: "La marche suivie dans la première partie de cet Ouvrage est fort différente de celle qu'ont adoptée les divers auteurs qui ont écrit sur le même sujet. Elle ne se rapporte précisément à aucun enseignement existant, mais à l'enseignement tel que je crois qu'il doit être." Le rôle fondamental donné au principe de substitution est annoncé dans cette préface.

La première partie contient des considérations sur les grandeurs et les nombres incommensurables, sur les infiniment petits, y compris naturellement le principe de substituttion, de nombreuses applications géométriques et mécaniques notamment aux calculs d'aires, de volumes, de centres de gravités et de géométrie différentielle plane, y compris la courbure, les enveloppes et développées.

La continuité des fonctions, qui ne se trouvait qu'au début du Livre II dans la première édition est devenue le chapitre 2 du premier dès la deuxième. Elle est définie par la propriété des valeurs intermédiaires et l'équivalence avec la définition habituelle est "démontrée". Il est "démontré" aussi qu'une fonction continue croissante est dérivable sauf en des points exceptionnels.

Le style est très "littéraire", pour ne pas dire verbeux, et l'emploi des symboles réduit à un strict minimum.

Les notes de Bertrand ajoutées à partir de la troisième édition sont extraites de son propre cours et complétées par un appendice sur les fonctions d'une variable imaginaire.

Du même auteur: *Cours de mécanique de l'Ecole Polytechnique* 1ère édition 1845, 3ème 1862.

GOURSAT

Edouard Goursat est né en 1858. Entré à l'Ecole Normale Supérieure en 1876, il y est agrégé préparateur en 1879-80. En 1881 il est nommé professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse qu'il quitte en 1885 pour devenir maître de conférences à l'Ecole Normale Supérieure. Il conservera ce poste jusqu'en 1898; en 1897 il avait été nommé professeur de calcul différentiel et intégral à la Sorbonne. Il a été répétiteur à Polytechnique de 1896 à 1930. En 1919 il a été élu à l'Académie des Sciences. Mort en 1936.

(DSB: Trapp, avec divers recoupements.)

Le livre

Cours d'analyse mathématique par Edouard Goursat, Professeur à la Faculté des Sciences de Paris, (surtitre: cours de la Faculté des Sciences de Paris), Gauthier-Villars, Paris

Tome I: Dérivées et différentielles.- Intégrales définies.- Développements en séries.- Applications géométriques.

3ème édition revue et augmentée, 1917

Tome II: Théorie des fonctions analytiques.- Equations différentielles.- Equations aux dérivées partielles du premier ordre.

3ème édition revue et augmentée, 1918

Tome III: Intégrales infiniment voisines.- Equations aux dérivées partielles du second ordre.- Equations intégrales.- Calcul des variations.

Deuxième édition entièrement refondue, 1915

Il est assez difficile de suivre l'ensemble des éditions successives du Goursat. Nous nous limiterons ci-dessous à celles du tome I.

1ère édition 1902

2ème édition 1910

3ème édition 1917
4ème édition 1924
5ème édition 1927
6ème édition 1942
Nouveaux tirages en 1933, 1943, 1946. La distinction entre tirages et éditions n'est pas toujours claire.

Traduction allemande de G. Kowalewski et F.J. Schwarz (attention aux initiales des prénoms!!) chez Teubner sous le titre *Lehrbuch der Analysis* (zwei Bände), le tome II était en préparation en 1912.

Traduction anglaise de E.R. Hedrick: *A course in mathematical analysis* Ginn & Co, Boston 1905-1915, réédité par Dover en 1959-64.

Autour du livre

E. Lacour, auteur de la longue notice du *Bulletin des Sciences Mathématiques* (1902 p.217-228), remarque déjà que l'ouvrage "paraît avoir les qualités d'un Traité classique."

Particularités

Pendant la première moitié du XXème siècle, le Goursat a été l'ouvrage standard d'enseignement et de référence. Ce n'est pas étonnant. Titulaire pendant pendant très longtemps de la chaire de calcul différentiel et intégral de la Faculté des Sciences de Paris, Goursat était en somme "Monsieur CDI". Le livre de son côté a les qualités qui font le succès d'un ouvrage d'enseignement. Il donne de nombreux exemples; il emploie souvent le procédé consistant à introduire une notion nouvelle de façon intuitive, quitte à y revenir par la suite pour donner définitions et démonstrations précises. Il est aussi très complet et même nous avons déjà dit qu'il allait très au delà du programme du certificat; mais il était assez facile à un étudiant d'y repérer ce dont il avait besoin. D'ailleurs les compléments sont souvent en petits caractères. Ajoutons que de nombreux exercices (parfois difficiles) terminent chaque chapitre.

Autre particularité, la présence de nombreuses indications historiques souvent accompagnées de leur référence.

HAAG

Paul Haag est né en 1843. Il entre à Polytechnique en 1863 et en sort dans les Ponts et Chaussées. Il y est répétiteur auxiliaire en 1871 (l'école est alors repliée à Bordeaux) puis (1873) répétiteur de géométrie. A partir de 1901, il remplace Mannheim dans la chaire de géométrie.

A l'Ecole des Ponts et Chaussées , il est répétiteur d'analyse en 1876 puis profeseur d'analyse et de mécanique à partir de 1879. Il a également enseigné au Conservatoire National des Arts et Métiers.

De 1882 à 1900, il a travaillé sur un projet de métro qui n'a finalement pas été retenu. En 1901, il est membre du comité technqiue d'exploitation des chemins de fer.

(*Grande Encyclopédie* : L.S. (Léon Sagnet), archives de l'Ecole Polytechnique)

Le livre

Cours de Calcul Différentiel et Intégral par Paul Haag, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Veuve C. Dunod, Paris 1893

Autour du livre

Brève notice signée J.T. (Jules Tannery) dans *Bull. Sc. Math.* 1895 p.265.

Particularités

La préface indique qu'il s'agit d'un cours de l'Ecole des Ponts et Chaussées. Sans que ce soit explicité, il s'agit certainement, comme pour Collignon, de celui que suivaient en année préparatoire les futurs ingénieurs civils.

L'absence d'un énoncé du principe de substitution rattache le livre à la première génération. Toutefois l'auteur indique: "Le calcul infinitésimal, par sa définition même, embrasse toutes les questions dont la solution dépend du principe fondamental et si merveilleusement fécond qui permet de substituer à un *infiniment petit* sa *valeur principale* pour le calcul d'une *limite* ." Et l'ouvrage commence par des généralités sur les infiniment petits où le rôle des sommes infinies est mentionné en passant.

Haag emploie une curieuse comparaison: dans le calcul différenitel, c'est comme si connaissant le mécanisme d'une machine on étudie le fonctionnement de ses différents organes, dans le calcul intégral, on donne le déplacement de certains organes et on cherche à restituer le mécanisme.

Du même auteur , pas d'autre ouvrage didactique connu.

HOUEL

Jules Hoüel est né en 1823 près de Caen. Entré à l'ENS en 1843, il passe l'agrégation en 1847. Après avoir refusé, chose remarquable, un poste à l'Observatoire de Paris, il sera professeur à la faculté des Sciences de Bordeaux de 1859 à sa mort en 1886. Polyglotte, correspondant de nombreux mathématiciens étrangers, il a traduit parmi bien d'autres Boliay et Lobatchevski et introduit la géométrie non euclidienne en France. Il animait la Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux.

(DSB: Crowe, *Grande Encyclopédie* : L.S. (Léon Sagnet), je n'ai pas pu exploiter Lespiault *Notice sur Jules Hoüel* Paris 1887 (il s'agit probablement de l'*Annuaire des Anciens Elèves de l'ENS*) et Brunel *Notice sur l'influence scientifique de J. Hoüel* Bordeaux 1888)

Le livre

Cours de calcul infinitésimal professé à la Faculté des sciences de Bordeaux par Jules Hoüel, 2 volumes Paris, Gauthier-Villars et Bordeaux, Chaumas (autographié)

Autour du livre

Notice sur la première partie dans le *Bull. Sc. Math.* de 1871 p.257 et la deuxième *ibidem* 1874 p.7, signées L.P. (Painvin).

L'ouvrage a connu une certaine notoriété européenne. Rubini (1874) conclut sa préface en soulignant l'importance qu'ont eus pour lui les conseils de Hoüel et son livre, ce qui ne lui évitera d'ailleurs pas une notice assez critique (*Bull. Sc. Math.* 1876 p.145). Leonard Lorenz Lindelöf[15] discute le traité dans une lettre à l'auteur (dossier Hoüel aux archives de l'Académie des Sciences). Il en conclut que la méthode de Hoüel peut être préférable pour les fonctions d'une variable mais en doute pour plusieurs. Cependant, il réserve son opinion en attendant d'en avoir fait une lecture complète.

Particularités

Structure par leçons. Le reste sera étudié avec le cours de 1878.

Le livre

Cours de calcul infinitésimal Gauthier-Villars, Paris 4 volumes 1878-1881

---

15 Il s'agit du père du Lindelöf des théorèmes de Phragmén-Lindelöf (DSB). Le début de la lettre est perdu et sa date avec lui, mais une allusion à la distribution du tome IX des *Acta Societatis Scientiarum Fennicæ* permet de s'assurer qu'il s'agit bien du cours autographié de 1871 et non de celui de 1878.

Autour du livre

Notice élogieuse sur les deux premiers volumes signée G.D. (Gaston Darboux) dans *Bull. Sc. Math.* 1880 p.5-9.

Particularités

Le livre commence par une introduction de plus de cent pages comprenant trois chapitres: I Considérations générales. Notions sur le Calcul des opérations. II Généralisation successive de l'idée de quantité. III Notions élémentaires sur la théorie des déterminants. Le reste est divisé en six livres: I Principes fondamentaux du calcul infinitésimal, II Applications analytiques III Applications géométriques IV Equations différentielles, V les mêmes, à plusieurs variables indépendantes, VI Fonctions d'une variable complexe et fonctions analytiques (Hoüel emploie bien le mot "complexe" et non "imaginaire"; il en était déjà ainsi en 1871 où cette théorie figurait dans un appendice, sans fonctions elliptiques, le programme de 1877 est passé par là.).

Le cours de 1871 commence par deux pages de considérations sur les grandeurs et leur mesure, ce qui, sans être fréquent, se retrouve dans d'autres traités (Duhamel, Boussinesq). L'introduction de 1878 va beaucoup plus loin. Les cinq à six premières pages sont de nature philosophique. Pour la suite, il indique dans la préface: "La méthode que j'ai adoptée est celle qu'a suivie Hankel dans ses *Vorlesungen über complexen Zahlen* . J'ai seulement remplacé les notations de cet auteur par celles dont Grassmann a fait usage ... " Sur ce dernier point, il s'exprime plus précisément plus loin (p.6): "employons, à l'exemple de Grassmann, des signes autres que les signes ordinaires de l'Arithmétique". En effet ses notations ne sont pas celles de l'*Ausdehnungslehre* .

La méthode employée pour les principes du calcul infinitésimal est nettement indiquée dans la préface: c'est la méthode de Duhamel, et de plus, pour la définition de la différentielle, Hoüel revient à la première édition du cours de Polytechnique. Dans le corps de l'ouvrage on vérifie que le principe de substitution est bien la base des raisonnements. Il n'en est pas fait comme dans Sturm des usages techniques précis, mais il est là pour justifier en général les raisonnements sur les infiniment petits. Un résultat en est que le lecteur moderne peut avoir l'impression (évidemment tout à fait fausse) de lire du non standard. Il en est particulièrement ainsi dans la démonstration du théorème de Cauchy pour les équations différentielles (la présence de cette démonstration est d'ailleurs une des originalités du livre). Signalons aussi une notion de "quantités imparfaitement égales" (c'est-à-dire différant d'un infiniment petit) reprise par Rubini.

On sait que le traité de 1878 a fait l'objet d'un copieux échange de correspondance entre Hoüel et Darboux. Malheureusement Gispert (1983) n'a étudié que les lettres du second; on n'a d'ailleurs conservé qu'une trentaine des lettres de Hoüel dans lesquelles je me suis limité à un sondage (Bibliothèque de l'Institut de France, manuscrit 2719, n°13). De plus, même dans les périodes où l'on possède les lettres des deux protagonistes, la discussion est difficile à suivre: des lettres se croisent, d'autres font allusion à des discussions orales. Une chose est claire: Hoüel était aussi soucieux de rigueur que Darboux dont il n'avait pas la compétence technique. Aussi il ne plaçait peut-être pas ce souci de rigueur au même endroit, plus en amont dans les bases logiques de l'analyse. En tout cas la discussion montre à quel point les mathématiciens français étaient en retard sur les Allemands dans ce domaine, à l'exception de Méray pour lequel Darboux exprime un profond mépris (Dugac 1973). Alors qu'il aurait pu justement trouver chez lui de quoi rendre complètement rigoureux son propre article de 1872 qui joue un rôle clef dans cette discussion (existence du maximum d'une fonction continue). On n'a trouvé dans toute cette correspondance aucune allusion à Dedekind (1872) ou Heine (1872). A propos de la démonstration du théorème des accroissements finis, Darboux écrit dans plusieurs lettres de 1877 que pourvu que Hoüel insère la démonstration de Bonnet-Serret, cela ne le gêne pas qu'il en mette une autre fausse avec.

On se demande évidemment quelle a été l'influence de cette discussion et on la cherche dans la comparaison entre les traités de 1871 et de 1878. Or la principale trace semble bien être le passage suivant (p.104 de 1878):

"Si la détermination de y au moyen de x résulte d'opérations ou de constructions rigoureusement définies et exprimables à l'aide des opérations fondamentales de l'Analyse, la fonction y sera dite une *fonction analytique* .

Dans cet Ouvrage nous nous occuperons exclusivement des fonctions analytiques , ou des fonctions de nature quelconque possédant les mêmes propriétés que les fonctions analytiques."

<u>Du même auteur</u>: *Notions élémentaires sur les déterminants* Gauthier-Villars 1871, autographié.

HUMBERT

Georges Humbert est né en 1859. Entré à Polytechnique en 1877, il commence sa carrière comme ingénieur du corps des Mines. Il soutient un doctorat en 1885. Il est nommé professeur d'analyse à Polytechnique en 1895 à la retraite de Bertrand. En 1901 il est élu à l'Académie des Sciences. Assistant de Jordan au Collège de France à partir de 1904, il lui succède en 1912 comme professeur. Il est mort en 1921.

(DSB: Costabel)

Le livre

Cours d'analyse , professé à l'Ecole Polytechnique par G. Humbert, membre de l'Institut, professeur à l'Ecole Polytechnique, Gauthier-Villars, Paris

tome I: Calcul différentiel. Principes de calcul intégral. Applications géométriques 1903

tome II: Compléments de calcul intégral. Fonctions analytiques et elliptiques. Equations différentielles 1904

Prix de chaque volume: 16F (en 1917).

Autour du livre

Les recensions du *Bulletin des Sciences Mathématiques* (1903 p.100-107 pour le premier volume et 1904 p.147-158) sont signées J.T. (Jules Tannery). Signalons dans la première une intéressante digression sur la définition des différentielles où J.T. propose de considérer les dx , dy ... comme des variables indépendantes plutôt que des infiniment petits. Leur longueur exceptionnelle peut s'expliquer par le fait qu'un programme de la classe de Mathématiques Spéciales allait être édicté en 1904. Formant à l'Ecole Normale Supérieure les futurs professeurs de ces classes, Tannery devait être particulièrement intéressé à la question.

Particularités

La préface du tome I précise que l'auteur a été élève de Jordan et le suit; elle dit aussi, ce qui n'est pas exempt de contradiction qu'il suit à peu près exactement (sic) le programme de l'Ecole. Le livre est de fait beaucoup plus léger que le Jordan, même s'il en a effectivement subi l'influence (en tout cas c'est bien Jordan qui a enseigné l'analyse à la promotion de Humbert). Cependant le contenu des feuilles polycopiées du cours de 1896-97 (il en existe un exemplaire à la bibliothèque de l'Ecole Normale Supérieure) est plus réduit que celui du livre en ce qui concerne les fondements. Le programme devait changer à nouveau en 1909 (voir le rapport de Humbert dans SF-CIEM 1911). La préface du tome II développe plus amplement les vues de l'auteur sur l'enseignement à l'Ecole Polytechnique. La phrase suivante en rend assez bien l'idée générale: "Mais le but de l'institution polytechnicienne n'eût pas été atteint si le *Cours d'Analyse* n'avait pas dépassé ce cadre un peu étroit, mesuré aux besoins actuels des Ecoles d'Ingénieurs; en vue des perfectionnement possibles de l'application, il était indispensable d'aller au delà, en introduisant dans le Cours des notions mathématiques d'un ordre plus élevé, simplifiées cependant par l'effort continu des Géomètres, et mûres pour l'utilisation pratique."

La notion de nombre irrationnel est supposée acquise; on ne la trouve pourtant pas dans le programme d'admission de 1904, qui n'est pas d'une cohérence à toute épreuve (rapport de Blutel dans SF-CIEM 1911). Sont également supposés acquis la convergence des suites monotones bornées et le théorème des accroissements finis.

JORDAN

Camille Jordan est né en 1838. Entré à Polytechnique en 1855, il devient ingénieur des Mines attaché au service de l'exploitation du chemin de fer Paris-Orléans où il restera jusqu'en 1886. Il devient en 1873 examinateur d'analyse à Polytechnique et en 1876, professeur. Il est nommé professeur au Collège de France en 1883 après avoir été élu à l'Académie des Sciences en 1881.

(DSB: Dieudonné, archives de l'Ecole Polytechnique)

Le livre

Cours d'analyse de l'Ecole Polytechnique par M.C. Jordan, membre de l'Institut, professeur à l'Ecole Polytechnique, trois tomes, Paris, Gauthier-Villars 1882-87

2ème édition entièrement refondue 1893-96

3ème 1909-15

Autour du livre

Les notices du *Bulletin des sciences mathématiques* sur les trois tomes de chacune des deux premières éditions sont toutes signées J.T. (Jules Tannery) sauf celle du tome III de la deuxième édition qui est sans signature (1882 p.262, 1883 p.225-226, 1887 p.262, 1893 p.249-250, 1895 p.285-289, 1896 p.256).

Gispert (1983).

Particularités

La différence radicale entre les deux premières éditions en ce qui concerne les fondements de l'analyse est bien connue; elle a été analysée plus précisément dans Gispert (1983) et Zerner (1989). Au risque de sortir de notre sujet je signale une autre différence dans le dernier chapitre du tome premier portant sur les courbes planes algébriques; ce dernier chapitre pourrait d'ailleurs être la raison de la présence du développement de Puiseux. Enfin la troisième et dernière édition se contente de reproduire la deuxième.

Notons qu'on ne trouve pas dans la deuxième édition les propriétés des fonctions continues d'une variable: les fonctions de plusieurs variables indépendantes sont traitées directement.

Il est peu probable que le traité de Jordan, à partir de la deuxième édition, corresponde au contenu d'un enseignement. Ce point pourrait être vérifié en consultant aux archives de l'Ecole Polytechnique les feuilles distribuées aux élèves. Mais la simple lecture de l'ouvrage me paraît assez éloquente. Au demeurant Tannery, dans sa notice sur le troisième tome de la première édition, regrette l'absence de références dans un ouvrage qui, dit il, s'étend bien au delà de ce qui est enseigné. Au demeurant il n'a eu qu'une réédition et on ne lui connaît pas de traduction. Certes, nous avons des témoins qui disent avoir appris l'analyse dans le Jordan, citons Hardy (1967, p.147) et André Weil (Gispert 1983). Oserai ajouter, à un niveau incomparablement plus modeste, que j'utilise moi aussi à l'occasion le Jordan depuis la classe de Mathématiques Supérieures? Je récuse pourtant ces témoins car dans leur diversité ils ont deux points communs: ce sont des professionnels de la mathématique et c'est chaque fois un conseil donné personnellement qui les a amenés à utiliser le livre.

Du même auteur on ne connaît pas d'autre ouvrage didactique.

LACROIX

Né à Paris en 1765, Sylvestre François Lacroix s'intéressa très jeune aux sciences. A partir de 1780, il suivit les cours de Monge qui le fit nommer en 1782 professeur à l'Ecole des Gardes de la Marine à Rochefort. Lacroix retourna ensuite à Paris pour enseigner au Lycée à la demande de Condorcet. Il enseigna aussi à l'Ecole militaire. L'un et l'autre établissement ayant fermé, il prit en 1788 un poste de professeur à l'Ecole d'Artillerie de Besançon. A partir de 1793, il occupe divers emplois à Paris, en particulier celui de professeur à l'Ecole centrale des Quatre Nations.

Il a été professeur à Polytechnique de 1799 à 1809. En 1789, il est élu correspondant de Condorcet à l'Académie des Sciences, dont il devient membre à part entière en 1799. De 1805 à 1815, il est professeur de mathématiques transcendantes au Lycée Bonaparte (devenu entretemps le Collège Bourbon); il s'y faisait d'ailleurs suppléer depuis 1812. A la création de la Faculté des Sciences de Paris, il en devient doyen et professeur de calcul différentiel et intégral. Suppléant de Mauduit au Collège de France, il y devient professeur en 1815.

Lacroix est mort en 1843.

(DSB Itard)

Le livre

Traité élémentaire du Calcul différentiel et du Calcul inégral, précédé de réflexions sur l'enseignement des mathématiques par Sylvestre François Lacroix, Paris 1802

2ème édition 1806
3ème édition 1820
4ème édition 1828
5ème édition 1837
6ème édition, revue et complétée par C. Hermite et J. Serret, 2 volumes 1861
7ème édition 1867
8ème édition 1874
9ème édition 1881

Traduction anglaise par C. Babbage, John Herschel et G. Peacock, Cambridge 1816
Traduction allemande, Berlin 1830-31.

Auteurs secondaires

Charles Hermite est né à Dieuze (Meurthe) en 1822 de parents commerçants.

Il est entré à Polytechnique en 1842, alors qu'il avait déjà des travaux mathématiques à son actif. Il en démissionne l'année suivante pour se consacrer aux mathématiques.

A Polytechnique il a été: répétiteur en 1848, examinateur d'entrée, Professeur d'Analyse de 69 à 76.

Elu à l'Académie des Sciences en 1856.

Professeur à la Sorbonne de 69 à 97 (Calcul différentiel et Intégral).

Maître de Conférences à l'Ecole Normale supérieure (de 1862 à 1869 semble-t-il).

Marié à une sœur de Joseph Bertrand, il a eu deux filles mariées respectivement à Emile Picard et G. Forestier (ingénieur des Ponts et Chaussées).

Hermite est mort en 1901.

(DSB, registre des enseignants de l'Ecole Polytechnique, livre du centenaire de l'ENS, voir aussi son abondante correspondance, la lettre n°80 à Mittag-Leffler contient une brève autobiographie, mais divers recoupements m'amènent à me méfier des dates qu'Hermite y indique, voir à Appell pour la référence exacte de ces lettres.)

Joseph Serret *q.v.*

Autour du livre , une bibliographie difficile à recenser puisqu'il est mentionné dans la plupart des articles qui traitent de l'enseignement de l'analyse au XIXème siècle, sans qu'on sache toujours s'il s'agit de lui ou du "grand" traité (Lacroix 1797).

Particularités

Les *Réflexions* ... disparaissent après la première édition, ayant été publiées à part.

Quelques modifications mineures au fil des éditions publiées du vivant de l'auteur (donc jusqu'à celle de 1837); il a ajouté cinq notes à la fin. Il y a aussi de nombreuses notes en bas de page contenant souvent des réflexions générales ou des références historiques.

Hermite et Serret ont laissé intact le texte de Lacroix se contentant d'y faire des additions. Cinq notes de Serret sont destinées à mettre le traité à jour; la première porte sur les fondements. "Cette Note a pour objet de compléter en divers points fondamentaux l'ouvrage de Lacroix, et de substituer des méthodes rigoureuses à quelques démonstrations de l'auteur qui nous ont paru insuffisantes." Quant à Hermite, il ajoute une théorie des fonctions elliptiques.

Du même auteur une œuvre didactique énorme qui a traversé le siècle. Citons:

des *Elémens d'algèbre à l'usage de l'Ecole Centrale des Quatre Nations* publiés en l'an VIII (1799-1800) devenus "à l'usage des écoles du gouvernement" dans la 21ème édition de 1854 revue par Prouhet et traduits en allemand en italien et en espagnol;

des *Elémens de géométrie* publiés en l'an VII qui auront une 22ème édition en 1884 et des réimpressions en 1897 et 1912 et seront traduits en allemand et en italien;

une *Introduction à la Géographie mathématique et critique et à la géographie physique;*

un *Manuel d'Arpentage;*

un *Traité élémentaire d'Arithmétique* paru en l'an VII avec une 16ème édition en 1823 et des rééditions jusqu'en 1848, deux traductions espagnoles et une italienne;

un *Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et sphérique et d'application de l'algèbre à la géométrie* paru en l'an VII, 11ème édition 1863, traduction allemande;

le *Traité lémentaire du Calcul des Probabilités* , 1ère édition 1816, 4ème 1864.

Comme on le voit, la partie la plus importante de cette œuvre est née sous la révolution de la commande des Ecoles Centrales (voir à ce sujet Schubring 1984 et 1986).

LAURENT

Hermann Laurent est né en 1841, son père était un chimiste connu. Il est entré à Polytechnique en 1860 et a été officier jusqu'en 1865, date où il soutient son doctorat à Nancy.

Il est répétiteur adjoint à Polytechnique en 1866, examinateur d'admission en 1883, professeur de mathématiques à l'Institut Agronomique à partir de 1889.

Il a participé activement aux discussions sur l'enseignement de l'analyse; rappelons que nous le connaissons aussi en tant qu'éditeur de Boucharlat et auteur d'un complément à Sturm. Parmi les mathématiciens, Hermann Laurent a été le plus actif artisan de l'introduction de l'économie néo-classique en France. Il a été secrétaire de la Société des Actuaires et responsable des articles mathématiques de la *Grande Encyclopédie* (la plupart des biographies de mathématiciens y sont de Léon Sagnet, sous-chef de bureau au ministère des travaux public).

(DSB: Grattan-Guinness, Alcouffe (1987), Dumez (1985), le registre des enseignants de l'Ecole Polytechnique, consulté, peut être très incomplet à cette époque.)

Le livre

Traité d'analyse par H. Laurent, examinateur d'admission à l'école polytechnique, Gauthier-Villars, Paris

Tome I: *Calcul différentiel, applications analytiques* , 1885, Prix:10F

Tome II: *Applications géométriques* , 1887, Prix:12F

Tome III: *Calcul intégral, intégrales définies et indéfinies* , 1888, Prix: 12F

Tome IV: *Théorie des fonctions algébriques et de leurs intégrales* , 1889, Prix: 12F

Tome V: *Equations différentielles ordinaires* , 1890, Prix: 10F

Tome VI: *Equations aux dérivées partielles* , 1890, Prix: 8F,50

Tome VII: *Applications géométriques des équations différentielles* , 1891, Prix: 8F,50

Autour du livre

Le *Bulletin des Sciences Mathématiques* contient des notices signées J.T. (Jules Tannery) pour les trois premiers tomes (1886, p.241-242 pour le premier, 1888, p.129-133 pour les deux suivants groupés). Tannery émet des réserves sur l'exposition des principes.

Particularités

Le traité de Laurent défie l'analyse, moins par sa longueur que par l'étalement de sa parution sur toute la période qui voit paraître les premiers traités de la troisième génération. D'un tome au suivant, on voit que la conception qu'a l'auteur des fondements de l'analyse s'est modifiée.

Le tome I contient un paragraphe intitulé "sur un mode de raisonnement employé en analyse infinitésimale": il s'agit de généralités sur ce que d'aucuns appellent la modélisation par tranches. Pour les faire comprendre, il donne l'exemple du problème suivant: "Un puits cylindrique est plein d'eau; on paye a^f l'extraction du premier mètre d'eau, combien payera-t-on l'extraction sur x mètres de hauteur?" (Le non-dit de ce problème comprend la proportionnalité du prix à la profondeur de la surface de l'eau au dessous du sol.) Notons que ce type de développement est isolé dans notre corpus. Et aussi, en pensant au diffuseur des idées de Walras, qu'on a là par la même occasion un exemple de rendement décroissant à l'échelle (qui n'emporte d'ailleurs pas la moindre conviction sur le plan de la théorie économique).

Du même auteur une œuvre didactique considérable:

Cours de mathématiques professé à l'Institut agronomique (Carré et Naud 1900),

Statistique mathématique (Paris, Doin, 1908, Encyclopédie scientifique publiée sous la direction du Docteur Toulouse, Bibliothèque de mathématiques appliquées), *Traité d'algébre* à l'usage des candidats aux écoles du gouvernement (1867, le premier tome "classe de mathématique élémentaire" a une cinquième édition en 1897, le troisième, "mathématiques spéciales" en 1894).

Traité de mécanique rationnelle (1870, troisième édition 1889)

Traité de perspective , à l'usage des peintres et des dessinateurs ... (Paris, Schmid 1902)

Traité de calcul des probabilités (1873)

LEVY et ROUCHE voir ROUCHE et LEVY

PAULY

Je n'ai pas trouvé d'informations biographiques sur Jean Pauly en dehors de celles qu'on peut déduire de la page de titre de son livre. Une indication est qu'il est l'auteur d'un livre intitulé *Accord de la science et de la foi : la vraie religion* (Lyon : E. Vitte 1914); la vraie religion est (ce n'est pas une surprise) la religion catholique.

Le livre

Notions élémentaires de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral par J. Pauly, Ingénieur Civil, Ancien Elève des Ecoles Nationales d'Arts et Métiers, Ancien ingénieur-mécanicien de plusieurs compagnies, Ancien directeur d'usines, Membre de la Société des Ingénieurs Civils, Membre de la Société des Anciens Elèves des Arts et Métiers, Membre de la Société de l'Industrie Minérale, etc. Baudry Paris 1887

Troisième édition 1920 chez C. Béranger

Particularités

La préface se réfère à Sonnet, en particulier pour le choix des matières. En effet, il s'agit d'un Sonnet abrégé et, en principe, simplifié, ce qui ne l'a pas toujours rendu plus clair, ce serait plutôt le contraire.

Du même auteur pas d'autre ouvrage didactique connu.

ROUCHE et LEVY

Lucien Lévy est né à Paris en 1853 dans une famille d'intellectuels. Il est sauf erreur le petit fils de Samuel Cahen, promoteur des études juives en France (voir dans l'annuaire de l'Ecole Normale Supérieure la notice nécrologique d'Isidore Cahen, promotion1846, qui devait être son oncle). Il entre à Polytechnique en 1872, après avoir été l'élève de Darboux en mathématiques spéciales. Agrégé en 1876, il est d'abord nommé professeur de mathématiques élémentaires à Rennes. De 1880 à 1885, il est professeur au Lycée Louis le Grand. Il abandonne cette fonction pour devenir directeur des études scientifiques à Sainte Barbe. Il a été répétiteur d'analyse et, à partir de 1890, examinateur d'admission à Polytechnique. Il est mort en 1912.

Il est le père du mathématicien Paul Lévy.

(Pog. 5, archives de l'Ecole Polytechnique, information communiquée par Mme Marie-Hélène Schwartz née Lévy, je n'ai pas su déterminer la référence d'un article de R. Bricard intitulé *Lucien Lévy* dont elle m'a communiqué un tiré à part!)

Eugène Rouché est né en 1832 à Sommières (Gard). Il est entré à Polytechnique en 1852. Il a été professeur au Lycée Charlemagne, puis à l'Ecole Centrale et au Conservatoire des Arts et Métiers. Examinateur d'admission à Polytechnique en 1877, il devient examinateur des élèves en 1883.

Il a été membre libre de l'Académie des Sciences.

Mort en 1910.

(Pog. 3 à 5, archives de l'Ecole Polytechnique où son dossier contient une notice nécrologique dactylographiée due à Lucien Lévy.)

Le livre

Analyse infinitésimale à l'usage des ingénieurs par Eugène Rouché, membre de l'Institut, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, examinateur de sortie à l'Ecole Polytechnique et Lucien Lévy, répétiteur d'analyse et axaminateur d'admission à l'Ecole Polytechnique. (Encyclopédie industrielle fondée par M.C. Lechalas, Ingénieur des Ponts et Chaussées en retraite) Gauthier-Villars Paris

Tome I *Calcul différentiel* 1900
Tome II *Calcul intégral* 1902
Prix: 15F chaque tome.

Autour du livre

Recensions dans le *Bull. Sc. Math.* de 1901, p.8-12 et (tome I) et 1903, p.331-335 (tome II) signées J.T. (Jules Tannery).

Particularités

Livre très proche d'un cours de l'Ecole Polytechnique, ce que Tannery relève d'ailleurs dans sa recension du deuxième tome (celle du premier contient une méditation sur ce qu'il faut attendre d'un livre pour ingénieurs). A noter un certain nombre de références historiques. Il y a de nombreuses coquilles et lapsus.

La démonstration d'existence de la longueur d'un arc de courbe est faite dans le cas continûment dérivable sans point singulier (nous sommes en représentation paramétrique). Elle est terriblement compliquée et fautive par endroits.

SERRET

Joseph Serret est né à Paris en 1819. Entré à Polytechnique en 1840 il devient ingénieur des Tabacs. Il est examinateur d'entrée en 1848. Elu à l'Académie des Sciences en 1860, il est nommé professeur de mécanique au Collège de France en 1861 et professeur de calcul différenitel et intégral à la Sorbonne en 1863.

(DSB: Struik)

<u>*Le livre*</u>

Cours de calcul différentiel et intégral par J.A. Serret, Membre de l'Institut, Professeur au Collège de France et à la Faculté des Sciences de Paris, Gauthier-Villars, Paris 1868 (deux tomes)

2ème édition 1879-80 Prix: 24F

3ème édition 1886 avec une note sur la théorie des fonctions elliptiques par Hermite Prix: 24F les deux volumes

4ème édition 1894

5ème édition 1900

6ème édition 1911

Traduction allemande (voir les détails à son sujet dans le corps de l'article)

<u>*Autour du livre*</u>

La quatrième édition fait l'objet d'une notice très élogieuse signée G.D. (Gaston Darboux) p.241 du *Bulletin des Sciences mathématiques* de 1894. "L'enseignement de cette branche de l'Analyse se modifie sans doute...; mais il est permis de penser que cette modification qui se prépare s'opérera lentement et que l'ouvrage de M. Serret rendra longtemps encore les services ..." Le Serret est mentionné dans toutes les discussions sur les traités d'analyse de cette époque.

<u>*Auteur secondaire*</u>

Hermite: voir à Lacroix.

<u>*Particularités*</u>

C'est dans Serret qu'on voit apparaître les démonstrations définitives, dûment attribuées à Ossian Bonnet, du théorème des accroissements finis et du théorème de Schwarz (interversion des dérivées). C'est ce qui explique sans doute le succès de la traduction allemande. A côté de cela on y trouve le "principe des limites: "Si deux variables u, v sont liées de telle sorte que leurs valeurs correspondantes soient constamment égales, si de plus une de ces variables tend vers une certaine limite, l'autre variable tend vers une limite égale à la précédente." L'usage du principe de substitution est souvent explicite.

Du même auteur, plusieurs ouvrages didactiques:
Cours d'algèbre supérieure (1849, 7ème édition en 1928)
Eléments d'arithmétique à l'usage des candidats au baccalauréat (1855)
Eléments de trigonométrie rectiligne à l'usage des arpenteurs (1853) et *Leçons sur les applications pratiques de la géométrie et de la trigonométrie* (2ème édition en 1851, en collaboration avec Ch. Bourgeois
Traité d'arithmétique (1852, 7ème édition en 1883)
Traité de trigonométrie (1850, 10ème édition en 1916).

SONNET

Né en 1800, Hippolyte Sonnet a été élève de l'Ecole Normale Supérieure et a soutenu sa thèse en 1840. Il a été répétiteur de mécanique puis professeur d'analyse et de mécanique à l'Ecole Centrale et aussi inspecteur d'académie. Il est mort en 1879.

(Pog., *Grande Encyclopédie*.)

Le livre
Premiers éléments de calcul infinitésimal à l'usage des jeunes gens qui se destinent à la carrière d'ingénieur par H. Sonnet, Officier de la légion d'honneur, Inspecteur de l'Académie de Paris, Professeur d'analyse et de mécanique générale à l'Ecole centrale des Arts et Manufactures, Hachette, Paris 1869.
8 éditions: 1869, 1879, 1884, 1889, 1897, 1902, 1909, 1919.

Particularités
Le Sonnet apparaît comme le grand classique du type 1.2, tant à cause du nombre et de la date de ses éditions successives que de son caractère très achevé. Une brève préface indique le but de l'ouvrage: réunir dans un ouvrage de dimension modeste (Sonnet emploie le mot

"opuscule") les parties du calcul infinitésimal nécessaires au futur ingénieur. Ce sont celles qui permettent d'aborder la mécanique industrielle ou la stabilité des constructions; on remarquera l'absence de l'électricité et surtout de la thermodynamique. Sonnet indique les ouvrages qu'il a le plus souvent consultés: le *Traité élémentaire* de Lacroix, Cournot, le cours de Polytechnique de Duhamel et Serret (paru, rappelons le, l'année pécédente).

Du même auteur on a une multitude d'ouvrages didactiques, certains en collaboration. Citons une *Algèbre élémentaire avec de bombreuses applications à l'usage des aspirants à l'école militaire de Saint Cyr* (1848, 4ème édition 1874), des *Eléments d'arithmétique et d'algèbre*, d'autres de géométrie analytique, de géométrie, trigonométrie et de mathématiques appliquées, des *Premiers éléments de mécanique appliquée* qui ont eu au moins douze éditions. Cette liste est très loin d'être exhaustive. Il faut aussi mentionner le monumental *Dictionnaire de mathématiques appliquées* (1867, 6ème édition en 1900).

SOUCHON

Je n'ai pas pu recueillir d'information biographique sur Abel Souchon. Il est l'auteur de plusieurs ouvrages d'astronomie publiés de 1862 à 1905 chez Gauthier-Villars, Carré, Mohr à Kiel et, pour plusieurs d'entre eux chez Deslis à Tours.

Le livre

Eléments de calcul différentiel et de calcul intégral par Abel Souchon, deux volumes, Arthus Bertrand, Paris, 1870

Prix: 15F.

Autour du livre

Notice assez critique signée G.D. (Gaston Darboux) dans le *Bulletin des sciences mathématiques* de 1872, p.33.

Particularités

Dans l'ensemble, l'ouvrage apparaît comme un dérivé du Sturm, plus court et plus sommaire. Non que le contenu soit plus limité. Au contraire on y trouve des chapitres sur le calcul des variations et celui des différences finies. D'autre part, il est le dernier de notre corpus à contenir une "démonstration" de l'existence de la dérivée sauf en des points exceptionnels, chose qui fait d'ailleurs l'objet d'une des critiques de Darboux.

Du même auteur, un *Traité d'astronomie pratique* et un *Traité d'astronomie théorique* .

STURM

Charles Sturm est né en 1803 à Genève où il a fait ses études. Précepteur de la fille de Madame de Staël en 1823, il accompagne pendant un voyage à Paris la famille du duc Victor de Broglie. Celui-ci l'introduit dans le cercle d'Arcueil. Rentré à Genève, il entreprend des travaux de physique avec Colladon. En décembre 1825, tous deux s'installent à Paris où Sturm vit de travaux divers (dont un au moins lui vaut un prix de l'Académie des Sciences). En tant qu'étranger et protestant, il ne pouvait avoir de poste d'enseignant. Après la révolution de juillet, il est nommé professeur de spéciales au Collège Rollin. Il acquiert la nationalité française en 1833. En 1836 il est élu à l'Académie des Sciences (il était opposé à Boucharlat). En 1838 il est nommé répétiteur d'analyse à Polytechnique et en 1840 professeur d'analyse et de mécanique. Il est aussi nommé professeur de mécanique à la Sorbonne. Obligé de se faire remplacer presque tout le temps pour raison de santé à partir de 1851, il meurt en décembre 1855.

(DSB: Speziali, une notice biographique est insérée au début de ses cours d'analyse et de mécanique de Polytechnique)

Le livre

Cours d'Analyse de l'Ecole Polytechnique par M. Sturm, Membre de l'Institut, deuxième édition revue et corrigée par M. E. Prouhet, Répétiteur d'Analyse à l'Ecole Polytechnique, Paris, Mallet-Bachelier

Tome I 1863
Tome II 1864
1ère édition 1857-59
2éme éditon 1863-64
3ème édition 1868
5ème édition 1877
7éme édition suivie de la théorie élémentaire des fonctions elliptiques par M. H. Laurent 1884 Prix: 14F
8ème édition 1884 (il s'agit bien de la même année)
9ème édition revue et mise au courant du nouveau programme de licence par A. de Saint Germain 1888
10ème édition 1895
12ème édition 1901 Prix: 15F broché, 16,50F cartonné.
14ème édition 1909
15ème édition 1929

Traduction allemande: *Lehrbuch der Analysis* Ubersetzt von Dr Theodor Gross, Privatdozent an der Königlische Hochschule zu Charlottenburg, Fischers technologischer Verlag, Berlin s.d.

Auteurs secondaires

Hermann Laurent *quum vides.*

(Pierre Marie) Eugène Prouhet est né en 1817 à Saintes. Licence en 1842, Professeur de collège en 1842 à Auch et en 47 à Cahors, il enseigne à Paris à partir de 1849 dans diverses institutions: école préparatoire des Carmes, Collège Rollin , Sainte Barbe. Il est répétiteur d'analyse à Polytechnique à partir de décembre 1857, sans être ancien élève, ce qui était exceptionnel; aussi sa lettre de candidature s'appuie-t-elle sur sa rédaction des cours de Sturm (analyse et mécanique). Coéditeur des *Nouvelles Annales de Mathématique* à partir de 1863. Il meurt en 1867.

(Poggendorf 1858-83 et 1898, archives de l'Ecole Polytechnique: dossier Prouhet et registre des enseignants)

Albert de Saint-Germain est né en 1838. Docteur en 1863, il a été répétiteur à Sainte Barbe et au Lycée Charlemagne, maître de conférences aux Hautes Etudes en 1872, professeur de mécanique à Caen (où il sera doyen) en 1875. Il est mort en 1914.

(Pog. 98 complété)

Autour du livre

Brassine *Bulletin Mathématique de Terquem* III (1857) p.61.

Une notice signée J.T. (Jules Tannery) dans le volume de 1888 du *Bulletin des Sciences mathématiques* (p.280-281) parle surtout, élogieusement, des additions faites par Albert de Saint Germain.

Particularités

Le tome I contient le calcul différentiel et le début du calcul intégral. Il semble que chaque tome correspondait à une année d'enseignement de l'Ecole. Le texte est divisé en leçons. Chaque tome se termine par une "table des définitions, des propositions et des formules principales". Il s'agit en fait d'un résumé très complet du cours. Ce résumé ne semble pas avoir été mis à jour dans les éditions modifiées. Le traducteur allemand n'a d'ailleurs pas repris ce résumé. Dans sa préface il s'en explique en exprimant le soupçon qu'il est adapté au système français d'examens. A-t-il beaucoup contribué, pour cette raison justement, au succès du livre?

Comme le lecteur a pu le remarquer, le Sturm est un ouvrage posthume. Prouhet dit l'avoir publié d'après les notes personnelles de l'auteur et celles de ses élèves. La chose curieuse est que l'écriture présente une très grande unité, encore soulignée à partir de la neuvième édition par la rupture de style qui saute aux yeux dans les additions de Saint Germain. Je suis incapable de dire avec certitude qui a écrit ce livre, Sturm ou Prouhet, mais la comparaison avec un cours lithographié me fait penser que l'essentiel est de Sturm lui-même.

La théorie des fonctions elliptiques ajoutée à partir de la sixième ou septième édition avait déjà paru en trois parties dans les tomes XVI à XVII (2ème série) des *Nouvelles Annales de Mathématiques* (1877-78-79) puis en un ouvrage séparé chez Gauthier-Villars en 1880. La date des additions faites par Saint Germain est surprenante puisque le décret de 1885 fixant les programmes de la licence se contentait, pour le calcul différentiel et intégral, de reconduire ceux de 1877.

La première édition diffère des suivantes sur un certain nombre de points. La "Table des définitions ... " ne s'y trouve pas. Surtout, les notions sur la méthode infinitésimale ne se trouvent que dans la quinzième leçon. Le principe de substitution ne figure que sous une forme sommaire: "*Si une somme d'infiniment petits, dont le nombre augmente indéfiniment, a une limite finie, en les multipliant respectivement par d'autres infiniment petits, la somme des produits sera infiniment petite, ou aura pour limite 0.* " A partir de la deuxième édition, il figure dans la première leçon et une note en bas de page contient une citation des *Eléments* de Duhamel décrivant les avantages de ce principe. On peut noter aussi qu'il ne se trouve pas dans le cours lithographié de Sturm à Polytechnique en 1842-43. Par contre on y trouve déjà la démonstration d'existence de la longueur d'une courbe comme limite des longueurs des polygones inscrits. Seulement le principe de substitution est ici démontré en cours de route dans un cas particulier et non dégagé. Bien entendu la confusion habituelle au sujet de l'uniformité de la convergence est présente. On peut donc reconstituer l'influence de Duhamel en deux temps: première introduction du principe de substitution des infiniment petits par Sturm après la deuxième édition du cours de Polytechnique de Duhamel, nouvelle formulation et rôle central donnés par Prouhet après la publication des *Eléments* . Une autre comparaison est instructive pour la genèse de la deuxième génération. Le passage du cours de 1842-43: "Ordinairement cette courbe est continue, c'est-à-dire que, pour des valeurs de x qui varient par degrés insensibles, l'ordonnée varie aussi par degrés insensibles" est complété dans l'édition posthume par: " y est alors une *fonction continue* de x ."

Du même auteur le *Cours de mécanique de l'Ecole Polytechnique*, édité en 1862 par le même Prouhet a eu au moins cinq éditions, la cinquième complétée par le même Saint Germain.

TANNERY

Jules Tannery est né en 1848. Entré à l'Ecole Normale Supérieure en 1866, il enseigne trois ans aux lycées de Rennes et Caen. Il est agrégé préparateur de 1872 à 1875 et à partir de 1881 maître de conférences à l'Ecole Normale Supérieure dont il devient sous-directeur des études scientifiques en 1884 (le titre est un peu trompeur: il n'y avait pas de directeur des études scientifiques). Il est nommé professeur à la Sorbonne en 1903 et élu membre libre de l'Académie des Sciences en 1907. Mort en 1910.

(DSB: Speziali et divers.)

Le livre

Introduction à la théorie des fonctions d'une variable par Jules Tannery, sous-directeur des études scientifiques à l'Ecole Normale Supérieure, Hermann, Paris 1886

Deuxième édition entièrement refondue

Tome I: Nombres irrationnels, ensembles, limites, séries, produits infinis, fonctions élémentaires, dérivées 1904, Prix: 14F

Tome II avec une note de M. Hadamard: Intégrales, langage géométrique, sur quelques développements en séries, fonctions d'une variable imaginaire 1910.

Autour du livre

Le *Bulletin des Sciences Mathématiques* se contente de reproduire les préfaces de la premère édition et du tome I de la deuxième (1886 p.69 et 1905). E. Lacour a rendu compte du deuxième tome de la deuxième édition (1906 p.277-285).

Particularités

La première édition est basée sur le cours que l'auteur avait faits en 1883 à l'Ecole Normale Supérieure, il est vraisemblable qu'il l'a refait par la suite. Elle devait s'adresser aussi largement aux professeurs déjà en exercice. Son caractère très achevé est d'autant plus frappant que la préface montre que Tannery était très partiellement au courant des travaux sur la question. Il n'avait pas pu disposer de la brochure de

Dedekind(1872), il ignorait Méray qui ne manqua pas de le lui reprocher (la préface de la deuxième édition lui rendra d'ailleurs justice).

Comme on a pu s'en rendre compte, la deuxième édition est complètement remaniée. Par exemple elle se limitera à la définition des nombres qui s'appellent désormais réels par les coupures, le fait que ces nombres sont limites de rationnels devenant une de leurs propriétés et non plus la base d'une définition équivalente. Le vocabulaire change, les fonctions qui étaient dites finies sont maintenant bornées etc. Ainsi qu'il est expliqué dans la préface, la différence entre ces deux éditions mesure bien la diffusion qu'avaient reçue entretemps en France les idées exposées.

Revenons à la première édition. On y trouve la définition des fonctions continues (uniformément, mais le mot n'y est pas) sur un intervalle avant la continuité en un point. Naturellement, Tannery s'empresse de démontrer qu'une fonction continue en tout point d'un intervalle fermé et limité y est continue au sens précédent. En note il suggère que dans l'enseignement on pourrait se limiter à la première définition. Cette suggestion, qui permet effectivement un exposé plus simple, a été reprise épisodiquement par divers auteurs par la suite. Il faudrait essayer de comprendre pourquoi elle n'a jamais eu plus de succès.

La deuxième édition contient la notion de monotonie locale. Une fonction f est strictement croissante au point x s'il existe $\delta>0$ tel que $f(y)<f(x)$ pour $x-\delta<y<x$ et $f(x)<f(y)$ pour $x<y<x+\delta$. Il est clair que ce sera le cas si $f'(x)>0$. On démontre alors qu'une fonction strictement croissante en tout point d'un intervalle y est croissante. Enfin un passage à la limite très simple permet d'atteindre le cas où la dérivée est positive au sens large. On évite ainsi le passage, certes logiquement inattaquable mais fort peu naturel, par les accroissements finis.

La première édition contient de nombreuses références qui sont presque toutes supprimées dans la deuxième. L'auteur s'en explique dans la préface en ajoutant qu'on pourra les trouver de façon beaucoup plus complète dans l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques* dont l'édition française était alors en préparation.

<u>Du même auteur</u> des *Leçons d'algèbre et d'analyse* (pour la classe de mathématiques spéciales) de 1906 et des *Leçons d'arithmétique théorique et pratique* chez Armand Colin dans le Cours complet de mathématiques élémentaires sous la direction de Gaston Darboux (1894, 7ème édition en 1917)

Annexe 4: quelques manuels non inclus dans le corpus

Les conventions sont celles de l'annexe 1

Cours de mathématiques spéciales

BRIOT C. Leçons d'algébre conformes aux programmes officiels de l'enseignement des lycées Deuxième partie à l'usage des élèves de la classe de Mathématiques Spéciales
Paris ${}_{1}1855$, ${}_{2}1856$, ${}_{3}1959$, ${}_{4}1862$, ${}_{5}1864$, ${}_{6}1868$, ${}_{7}1868$, ${}_{8}1872$, ${}_{16}1893$, ${}_{17}1897$, ${}_{18}$s.d.

COMBEROUSSE (C. de) Cours de mathématiques à l'usage des candidats à l'Ecole Polytechnique, à l'Ecole Normale Supérieure, à l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Tome III Agèbre supérieure
Paris ${}_{1}1862$, ${}_{2}1887$, ${}_{3}1904$, ${}_{4}1911$, ${}_{5}1915$, ${}_{6}1929$, ${}_{7}1949$

LONGCHAMPS (G. de) Cours de Mathématioques Spéciales, 1ère partie; algèbre
Paris ${}_{1}1883$, ${}_{2}1890$

NIEWENGLOWSKI B. Cours d'algèbre à l'usage des élèves de la classe de mathématiques spéciales ...
Paris ${}_{1}1889$, ${}_{5}1902$, ${}_{10}1931$

PAPELIER G. Précis d'algèbre, d'analyse et de trigonométrie à l'usage des Elèves de Mathématiques Spéciales
Paris ${}_{1}1903$, ${}_{2}1905$, ${}_{3}1910$, ${}_{6}1918$, ${}_{7}1920$, ${}_{10}1927$, ${}_{11}1932$

HAAG J. Cours complet de mathématiques spéciales Tome 1 algébre et analyse
Paris 1914

Cours de mathématiques générales et assimilés

STOFFAES (Abbé E.) Cours de Mathématiques Supérieures à l'usage des candidats à la licence es sciences physiques
Paris ^{1}1891, ^{2}1904, ^{3}1911, ^{5}1930

VOGT H.-G. Eléments de mathématiques supérieures à l'usage des physiciens, chimistes et ingénieurs et des élèves des Facultés des Sciences
Paris ^{1}1901, ^{2}1904, ^{3}1906, ^{4}1907, ^{5}1909, ^{6}1912, ^{7}1916, ^{11}1923, ^{12}1925, ^{14}1934

FABRY E. Traité de Mathématiques Générales à l'usage des chimistes, physiciens, ingénieurs et des élèves des facultés des sciences
Paris ^{1}1909, ^{2}1911, ^{3}1916, ^{4}1925

CLAIRIN J. Cours de Mathématiques Générales
Lille s.d. (1909-10)

ZORETTI L. Leçons de Mathématiques Générales
Paris ^{1}1914, ^{2}1925

<u>Livre pour ingénieurs</u>

CLAUDEL J. Introduction théorique et pratique à la science de l'ingénieur
Paris ^{1}1848, ^{2}1857, ^{3}1863, ^{4}1866, ^{5}1871, ^{6}1875

BIBLIOGRAPHIE

Alcouffe A. 1987 Marx et laurent lecteurs de Boucharlat*Sciences et Techniques en perspective* 1

Appell P. et Dautheville S. 1917 *Précis de mécanique rationnelle* 2ème édition Paris: Gauthier-Villars

Bennett E. 1927 Advanced calculus by W.F. Osgood *Am. Math. Monthly* 34 p.322-324

Blaquière Chanoine C. 1930 *Vie de Joseph Boussinesq* Béziers : imprimerie Jeanne d'Arc

Bohlmann G. 1899 Ubersicht über die wichstigten Lehrbücher der Infinitesimal-Rechnung von Euler bis auf die heutige Zeit *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 6 p.91-110

Bois-Reymond P. du 1882 *Die allgemeinen Funktionentheorie* Tübingen : Laupp

Trad. française *Théorie générale des fonctions* par G. Milhaud et A. Girot Nice : Imprimerie Niçoise 1887, diffusé par Hermann

Bourguet L. du 1900 Notice sur la Faculté des Sciences de Marseille *Annales de la Faculté des Sciences de Marseille* X p. I à XXVIII

Boussinesq J. 1878 *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale.* Précédé d'un rapport de M. Paul Janet à l'Académie des Sciences morales et politiques. Paris: Gauthier-Villars

Boussinesq J. 1879 *Sur divers points de la philosophie des sciences* Paris : Gauthier-Villars

Boutroux P. 1914 *Les principes de l'analyse mathématique, exposé historique et critique* I Paris : Hermann

Brézinski C. 1990 Charles Hermite: père de l'analyse mathématique moderne *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences* 32

Brigaglia A. et Masotto G. 1982 *Il Circolo matematico di Palermo* Bari : Dedalo

Brunot A. et Coquand R. 1982 *Le Corps des Ponts et Chaussées* Paris : CNRS

Cantor M. 1904 Schlömilch, Oskar, Xavier *Biographisches Jahrbuch und Deutschen Nekrologie* VIp.119-122

Carver W. 1927 A note by associate editor W.B. Carver *Am. Math. Monthly* 34 p.206

Cauchy A. L. 1981 *Equations différentielles ordinaires* Paris: Etudes vivantes et New York: Johnson reprint Corporation

Cesaro E. 1899 *Elementi di calcolo infinitesimale con numerose applicazioni geometriche* Naple : Alvano

Charle C. et Telkès E. 1989 *Les Professeurs de la Faculté des Sciences de Paris: dictionnaire biographique (1901-1939)* Paris : INRP et éditions du CNRS

Chevallard Y. 1985 *La transposition didactique* Grenoble : Editions La Pensée Sauvage

Chevallard Y. et Josuah M.-A. 1982 Un exemple d'analyse de la transposition didactique - La notion de distance *Recherches en didactique des mathématiques* 3.2 p.157-239

Chevalley C. 1981 interview par D. Guedj dans *Dédales* novembre 1981, traduction anglaise: Nicholas Bourbaki, collective mathematician *Mathematical Intelligencer* 7^2(1985) p.18-22

Chevallier P., Grosperrin B. et Maillet J. 1968 *L'enseignement français de la Révolution à nos jours* Paris : Mouton

Clairin J. 1910 *Cours de Mathématiques générales, Université de Lille* Lille : G. Janny (autographié)

Collignon E. 1883 *Titres scientifiques de M. Edouard Collignon, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées de 1ère clase, ...* Paris : Gauthier-Villars

Cournot A. 1841 *Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal* (tome premier) Paris : Hachette, 2ème éd. 1856

D'Arcais F. 1891 *Corso di calcolo infinitesimale* Padoue : Draghi

Darboux G. 1870a Bertrand (J.) Calcul Intégral, *Bull. des Sc. Math.* p.41

Darboux G. 1870b Souchon (A.) Eléments de calcul différentiel et de calcul intégral *Bull. des Sc. Math.* p.33

Darboux G. 1872 Sur un théorème relatif à la continuité des fonctions *Bull. Sc. Math.* 3 p.307-313

Darboux G. 1875 Mémoire sur les fonctions discontinues *Annales E.N.S.* (2) 4 p.57-112 (1875)

Darboux G. 1876 Duhamel (J.-M. C.) Eléments de Calcul infinitésimal *Bull. des Sc. Math.* 11 p.241-244

Dedekind R. 1872 *Stetigkeit und irrationale Zahlen* Vieweg : Braunschweig

Delaunay C. 1856 *Traité de mécanique rationnelle* Paris : Langlois et Leclercq

Dhombres J. 1985 French mathematical textbooks from Bézout to Cauchy *Hist. Scientiarum* 2 p.91-137

Dieudonné J. 1982 *Notices AMS* 29 p. 618-623

Dini U. 1877 *Lezioni di analisi infinitesimale* Pise : Nistri

Dini U. 1878 *Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali* Pise : Nistri

Douysset E. s.d. *Un grand savant, un grand chrétien* Clermont-l'Hérault : Rambal

Dugac P. 1973 Eléments d'analyse de Karl Weierstrass *Arch. for Hist. of Exact Sc.* 10 p.41-176

Dugac P. 1976 Notes et documents sur la vie et l'œuvre de René Baire *Arch. for the Hist. of exact sciences* 15 p.297-383

Duhamel J.-M. 1847 *Cours d'Analyse de l'Ecole Polytechnique* 2ème édition Paris : Bachelier

Duhamel J.-M. 1870 : *Des méthodes dans les sciences du raisonnement* 4ème partie: Application des méthodes générales à la science des forces Paris : Gauthier-Villars

Dumez H. 1985 *L'économiste, la science et le pouvoir: le cas Walras* Paris : Presses Universitaires de France

Ettlinger H. 1927 Advanced calculus by F. S. Woods *Am. Math. Monthly* 34 p.42-44

Fichet-Poitrey F. 1982 *Le corps des Ponts et Chaussées: du génie civil à l'aménagement du territoire* Paris : Copédith

Fleury H. 1879 *Le calcul infinitésimal fondé sur les principes rationnels* Marseille

Fleury H. 1896 *L'analyse dite infinitésimale sans limites ni infiniment petits* 2ème éd. Paris

Fox R. et Weisz G. (ed.) 1980 *The organization of Science and Technology in nineteenth-Century France* Cambridge : Cambridge University Press

Freycinet C. de 1860 *L'analyse infinitésimale; étude sur la métaphysique du haut calcul* Paris : Gauthier-Villars, 2ème éd. 1882

Genocchi A. 1884 *Calcolo differenziale e principi di calcolo integrale* rédigé et annoté par G. Peano, Turin

Gispert H. 1983 Sur les fondements de l'analyse en France *Archives for hist. of ex. sc.* 28 p. 37-106

Guitard T. 1986 La querelle des infiniment petits à l'Ecole Polytechnique au XIXè siècle *Hist. Scientiarum* 30 p.1-61

Hardy G.H. 1967 *A mathematician's apology* Cambridge : Cambridge University Press (première édition 1940) trad. française *Hardy* Paris : Belin, 1985

Harnack A. 1881 *Die Elemente der Differential- und Integralrechnung zur Einführung in das Studium* Leipzig : Teubner

Haton de la Goupillière 1860 *Eléments de calcul infinitésimal* Paris : Mallet-Bachelier

Heine E. 1872 Die Elemente der Funktionenlehre *Journal für r. und a. Math.* 74 p. 172-188

Hermite C. 1873 *Cours d'analyse* I Paris : Gauthier-Villars

Hulin-Jung N. 1989 *L'organisation de l'enseignement des sciences: la voie ouverte par le second Empire* Paris : CTHS

Huntington E. Is there a student standard of truth? *Am. Math. Monthly* 34 p.320-321

Jung-Hulin N. 1986 *L'enseignement scientifique sous le Second Empire: la "bifurcation", la formation des professeurs de l'enseignement secondaire* Thèse de doctorat, Paris, Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales

La Vallée-Poussin C. de 1909 *Cours d'analyse infinitésimale* Tome I 2ème éd. Louvain : Uyspruyst-Dieudonné et Paris : Gauthier-Villars

Lacroix S. F. 1797 *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral* 2 vol. Paris

Liard L. 1894 *L'enseignement supérieur en France 1789-1893* tome II Paris

Lorey W. 1916 *Das Studium der Mathematik an den Deutschen Universitäten seit Anfang den 19. Jahrhunderts* IMUK Abhandlungen über den mathematische Unterricht in Deutschland Leipzig et Berlin : Teubner

Lusa Monforte G. 1982 *Evolución histórica de la enseñanza de las matematicas en las escuelas técnicas superiores de ingenieros industriales* Reunion de de Departamentos de Matematicas de las escuelas técnicas superiores de ingenieros industriales, Vigo, polycopié

Marbo C. 1968 *A travers deux siècles, souvenirs et rencontre* Paris : Grasset

Méray C. 1869 Remarques sur la nature des quantités définies par la condition de servir de limites à des variables données *Revue des Sociétés savantes (Sciences mathématiques, physiques et naturelles* (2) 4 p.284-

Méray C. 1872 *Nouveau précis d'analyse infinitésimale* Paris : Savy

Méray C. 1894 *Leçons nouvelles sur l'analyse infinitésimale et ses applications géométriques* Paris : Gauthier-Villars

Moigno F. 1840 *Leçons de calcul différentiel et de calcul intégral, rédigées d'après les méthodes et les ouvrages publiés ou inédits de M. Augustin-Louis Cauchy* Paris

Molk J. 1901 *in* Henri Poincaré la correspondance avec des mathématiciens *Cahiers du Séminaire d'histoire des Mathématiques* Université Pierre et Marie Curie, Laboratoire de Mathématiques Fondamentales Paris 10(1989) p.188-189

Molk J. (sous la direction de) 1909-1927 *Encyclopédie des Sciences Mathématiques* Paris : Gauthier-Villars

Navier L. 1840 *Résumé des leçons d'analyse données à l'Ecole Polytechnique* Paris : Carilian-Gœury ,2ème édition 1855
Trad. allemande par T. Wittstein Hannover : Hahn 1847, 1854, 1865, 1875

Nernst W. et Schönflies A. 1895 *Einführung in die mathematische Abhandlung der Naturwissenschaften* Munich et Berlin : Oldenbourg

Osgood W. 1903 The integral as the limit of a sum and a theorem of Duhamel's *Annals of Math.* 11 p.161-178

Osgood W. 1906 *Lehrbuch der Funktionentheorie. Erster Band* Leipzig et Berlin : Teubner

Osgood W. 1907 *A first course in the differential and integral calculus* New York : Mac Millan

Osgood W. 1922 *Introduction to the calculus* New York : Mac Millan

Osgood W. 1925 *Advanced calculus* New York : Mac Millan

Osgood W. 1927a A letter from W.F. Osgood to F.S. Woods *Am. Math. Monthly* 34 p.205-206

Osgood W. 1927b Is there a student standard of truth? A reply *Am. Math. Monthly* 34 p.365-366

Pascal E. 1895 *Lezioni di calcolo infinitesimale* Milan : Hoepli

Pasch M. 1882 *Einleitung in die Differential- und Integralrechnung* Leipzig : Teubner

Paul H. 1980 Appolo courts the Vulcans *in* Fox et Weisz 1980
Paul H. 1985 *From knowledge to power: the rise of the science empire in France* Cambridge : Cambridge University Press
Picard E. 1891 *Traité d'analyse* Tome I Paris : Gauthier-Villars
Picard E. 1934 *La vie et l'œuvre de Joseph Boussinesq* Paris : Gauthier-Villars
Poincaré H. 1968 *La science et l'hypothèse* Paris : Flammarion
Poinsot L. 1803 *Elémens de statique* Paris : Veuve Courcier
Polanco X. 1987 *La bibliothèque mathématique de l'Ecole Polytechnique de Rio de Janeiro* Centre de Sociologie de l'Innovation, Ecole des Mines, Paris
Prévost et Roman d'Amat 1954 *Biographie Française* Paris: Letouzey et Ané
Prost A. 1968 *Histoire de l'enseignement en France* 1800-1967 Paris : A. Colin
Pyenson L. 1983 *Neohumanism and the persistence of pure mathematics in Wilhelminian Germany* Philadelphia : American Philosophical Society
Rubini R. 1874 *Elementi di calcolo infinitesimale* , seconda edizione riveduta ed aumentatata, Naples : Tipografia San Pietro a Maiella (La première édition est de 1868)
Schubring G. 1984 Essais sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques, particulièrement en France et en Prusse *Recherches en Didactique des Mathématiques* 5 p.343-385
Schubring G. 1986 *Probleme vergleichender Analyse historischer Lehrbücher* Institut für Didaktik der Mathematik der universität Bielefeld, Occasional paper 79
SF-CIEM (Sous-commission Française de la Commission Internationale pour l'Enseignement des Mathématiques) 1911 *Rapports*
Vol. 2 Enseignement secondaire sous la direction de C. Bioche
Vol. 3 Enseignement supérieur sous la direction de A. de Saint Germain
Vol. 4 Enseignement technique sous la direction de P. Rollet
Paris : Hachette
Schlömilch O. 1853 *Kompendium der höheren Analysis* Braunschweig : Vieweg
Shinn T. 1980 *Savoir scientifique et pouvoir social, l'Ecole Polytechnique* Paris : Fondation Nationale des Sciences Politiques
Stegemann M. 1862 *Grundriss der Differential- und Integral-Rechnung I. Theil, Differential-Rechnung* Hanovre : Helwing'sche Hof-Buchhandlung
Stoffaes E. (Abbé) 1891 *Cours de Mahématiques supérieures à l'usage des Candidats à la Licence ès Sciences physiques* Paris : Gauthier-Villars

Stolz O. 1885 *Vorlesungen über allgemeine Arithmetik* Leipzig : Teubner

Stolz O. 1893 *Grundzüge der Differential- und Integralrechnung* Leipzig: Teubner

Sturm C. 1861 *Cours de mécanique de l'Ecole Polytechnique* publié par M. E. Prouhet Paris : Mallet-Bachelier

Vapereau G. 1893 *Dictionnaire universel des contemporains* 6ème édition Paris : Hachette

Verret M. 1975 *Le temps des études* 2 vol. Paris : Honoré Champion

Vivanti G. 1898 *Corso di calcolo infinitesimale* Messine : Trimarchi

Volterra V. 1902 Betti, Brioschi et Casorati; trois analystes, trois façons de voir l'analyse, *Comptes Rendus du 2ème Congrès International des Mathématiciens*, Paris : Gauthier-Villars et Saggi Scientifici Zanichelli, Bologne 1920

Volterra V. 1909 Le Matematiche in Italia nella seconda metà del Secolo XIX *Atti del IV Congresso internazionale dei Matematici (1908)* Rome: tipografia della R. Accademia dei Lincei

Weisz G. 1983 *The emergence of modern universities in France* Princeton : Princeton University Press

Woods F. 1926 *Advanced calculus* New York : Ginn

Woods F. 1927 A letter from F.S. Woods *Am. Math. Monthly* 34 p.204-205

Zerner M. 1986 Sur l'analyse des traités d'analyse : les fondements du calcul différentiel dans les traités français, 1870-1914 *Cahier de didactique des mathématiques* n°30 IREM, Université Paris 7

Zerner M. 1989 La rectification des courbes dans les traités d'analyse français de la deuxième moitié du XIXème siècle *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques* 10 p.267-281 Laboratoire de Mathématiques Fondamentales, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6)

Zerner M. 1991 Le règne de Joseph Bertrand (1874-1900) *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences* 34 p.298-322

Zerner M. A paraître Origine et réception des articles de Boussinesq sur le déterminisme